

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 3

NOMBRES ET CALCULS		
Les nombres entiers		
CM1	CM2	6 ^e
Les élèves apprennent à utiliser et à représenter les grands nombres entiers jusqu'au million. Il s'agit d'abord de consolider les connaissances (écritures, représentations...).	Le répertoire est étendu jusqu'au milliard.	En période 1 , dans un premier temps, les principes de la numération décimale de position sur les entiers sont repris jusqu'au million, puis au milliard comme en CM, et mobilisés sur les situations les plus variées possibles, notamment en relation avec d'autres disciplines.
La valeur positionnelle des chiffres doit constamment être mise en lien avec des activités de groupements et d'échanges.		
Fractions		
Dès la période 1 les élèves utilisent d'abord les fractions simples (comme $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs. Ils travaillent des fractions inférieures et des fractions supérieures à 1. Dès la période 2 , les fractions décimales sont régulièrement mobilisées : elles acquièrent le statut de nombre et sont positionnées sur une droite graduée. Les élèves comparent des fractions de même dénominateur. Ils ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. Ils apprennent à écrire des fractions décimales sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction décimale inférieure à 1.	Dès la période 1 , dans la continuité du CM1, les élèves étendent le registre des fractions qu'ils manipulent (en particulier $\frac{1}{1000}$) ; ils apprennent à écrire des fractions sous forme de somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.	En période 1 , sont réactivées les fractions comme opérateurs de partage vues en CM, puis les fractions décimales en relation avec les nombres décimaux (par exemple à partir de mesures de longueurs) ; les élèves ajoutent des fractions décimales de même dénominateur. En période 2 l'addition est étendue à des fractions de même dénominateur (inférieur ou égal à 5 et en privilégiant la vocalisation : deux cinquièmes plus un cinquième égale trois cinquièmes). En période 3 , les élèves apprennent que $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a (définition du quotient de a par b).

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 3

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Nombres décimaux

Tout au long du cycle, les désignations orale et écrite des nombres décimaux basées sur les unités de numération contribuent à l'acquisition du sens des nombres décimaux (par exemple pour 3,12 : « trois unités et douze centièmes » ou « trois unités, un dixième et deux centièmes » ou « trois cent douze centièmes »).

À partir de la **période 2**, les élèves apprennent à utiliser les nombres décimaux ayant au plus deux décimales en veillant à mettre en relation fractions décimales et écritures à virgule

(ex : $3,12 = 3 + \frac{12}{100}$).

Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples ($\frac{1}{2} = 0,5 = \frac{5}{10}$; $\frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$; la moitié d'un entier sur des petits nombres).

Dès la **période 1**, les élèves rencontrent et utilisent des nombres décimaux ayant une, deux ou trois décimales.

Ils connaissent des écritures décimales de fractions simples ($\frac{1}{5} = 0,2 = \frac{2}{10}$; $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$; la moitié d'un entier).

Dès la **période 1**, dans le prolongement des acquis du CM, on travaille sur les décimaux jusqu'à trois décimales. La quatrième décimale sera introduite en **période 2** au travers des diverses activités.

Calcul

Tout au long du cycle, la pratique régulière du calcul conforte et consolide la mémorisation des tables de multiplication jusqu'à 9 dont la maîtrise est attendue en fin de cycle 2.

Calcul mental

Dans la continuité du travail conduit au cycle 2, les élèves mémorisent les quatre premiers multiples de 25 et de 50.

À partir de la **période 3**, ils apprennent à multiplier et à diviser par 10 des nombres décimaux ; ils apprennent à rechercher le complément au nombre entier supérieur.

Dès le début de l'année, les élèves apprennent à diviser un nombre décimal (entier ou non) par 100.

En **période 3** les élèves apprennent à multiplier un nombre décimal (entier ou non) par 5 et par 50.

Au plus tard en période 4, ils apprennent les critères de divisibilité par 3 et par 9.

Dès la **période 1**, dans le prolongement des acquis du CM, on réactive la multiplication et la division par 10, 100, 1 000.

À partir de la **période 2**, les élèves apprennent à multiplier un nombre entier puis décimal par 0,1 et par 0,5 (différentes stratégies sont envisagées selon les situations).

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 3

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Calcul (suite)		
<p>Tout au long de l'année, ils stabilisent leur connaissance des propriétés des opérations (ex : $12 + 199 = 199 + 12$; $5 \times 21 = 21 \times 5$; $45 \times 21 = 45 \times 20 + 45 \times 1$; $6 \times 18 = 6 \times 20 - 6 \times 2$).</p> <p>À partir de la période 3, ils apprennent les critères de divisibilité par 2, 5 et 10.</p> <p>En période 4 ou 5, ils apprennent à multiplier par 1 000 un nombre décimal.</p>	<p>Tout au long de l'année, ils étendent l'utilisation des principales propriétés des opérations à des calculs rendus plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille ou leur nombre (exemples : $1,2 + 27,9 + 0,8 = 27,9 + 2$; $3,2 \times 25 \times 4 = 3,2 \times 100$).</p> <p>Ils étendent l'utilisation des principales propriétés des opérations (notamment la commutativité de la multiplication) à des calculs rendus plus complexes par la nature des nombres en jeu, leur taille, ou leur nombre (exemple : $1,2 + 27,9 + 0,8 = 27,9 + 2$; $3,2 \times 10 = 10 \times 3,2$; $3,2 \times 25 \times 4 = 3,2 \times 100$).</p>	<p>Tout au long de l'année, ils stabilisent la connaissance des propriétés des opérations et les procédures déjà utilisées à l'école élémentaire, et utilisent la propriété de distributivité simple dans les deux sens (par exemple : $23 \times 12 = 23 \times 10 + 23 \times 2$ et $23 \times 7 + 23 \times 3 = 23 \times 10$).</p>
<i>Calcul en ligne</i>		
<p>Les connaissances et compétences mises en œuvre pour le calcul en ligne sont les mêmes que pour le calcul mental, le support de l'écrit permettant d'alléger la mémoire de travail et ainsi de traiter des calculs portant sur un registre numérique étendu.</p>	<p>Dans des calculs simples, confrontés à des problématiques de priorités opératoires, par exemple en relation avec l'utilisation de calculatrices, les élèves utilisent des parenthèses.</p>	
<i>Calcul posé</i>		
<p>Dès la période 1, les élèves renforcent leur maîtrise des algorithmes appris au cycle 2 (addition, soustraction et multiplication de deux nombres entiers).</p> <p>En période 2, ils étendent aux nombres décimaux les algorithmes de l'addition et de la soustraction.</p> <p>En période 3 ils apprennent l'algorithme de la division euclidienne de deux nombres entiers.</p>	<p>Les élèves apprennent les algorithmes :</p> <ul style="list-style-type: none"> - de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier (dès la période 1, en relation avec le calcul de l'aire du rectangle) ; - de la division de deux nombres entiers (quotient décimal ou non : par exemple, $10 : 4$ ou $10 : 3$), dès la période 2 ; - de la division d'un nombre décimal par un nombre entier dès la période 3. 	<p>Tout au long de l'année, au travers de situations variées, les élèves entretiennent leurs acquis de CM sur les algorithmes opératoires.</p> <p>Au plus tard en période 3, ils apprennent l'algorithme de la multiplication de deux nombres décimaux.</p>

NOMBRES ET CALCULS (suite)

La résolution de problèmes

Dès le début du cycle, les problèmes proposés relèvent des quatre opérations.

La progressivité sur la résolution de problèmes combine notamment :

- les nombres mis en jeu : entiers (tout au long du cycle) puis décimaux dès le CM1 sur des nombres très simples ;
- le nombre d'étapes que l'élève doit mettre en œuvre pour leur résolution ;
- les supports proposés pour la prise d'informations : texte, tableau, représentations graphiques.

La communication de la démarche prend différentes formes : langage naturel, schémas, opérations.

Problèmes relevant de la proportionnalité

Le recours aux propriétés de linéarité (multiplicative et additive) est privilégié. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples verbalisés (« Si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « Je dispose de briques de masses identiques. Si je connais la masse de 7 briques et celle de 3 briques alors je peux connaître la masse de 10 briques en faisant la somme des deux masses »). Dès la **période 1**, des situations de proportionnalité peuvent être proposées (recettes...). L'institutionnalisation des propriétés se fait progressivement à partir de la **période 2**.

Dès la **période 1**, le passage par l'unité vient enrichir la palette des procédures utilisées lorsque cela s'avère pertinent.

À partir de la **période 3**, le symbole % est introduit dans des cas simples, en lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).

Tout au long de l'**année**, les procédures déjà étudiées en CM sont remobilisées et enrichies par l'utilisation explicite du coefficient de proportionnalité lorsque cela s'avère pertinent.

Dès la **période 2**, en relation avec le travail effectué en CM, les élèves appliquent un pourcentage simple (en relation avec les fractions simples de quantité : 10 %, 25 %, 50 %, 75 %).

Dès la **période 3**, ils apprennent à appliquer un pourcentage dans des registres variés.

GRANDEURS ET MESURES

L'étude d'une grandeur nécessite des activités ayant pour but de définir la grandeur (comparaison directe ou indirecte, ou recours à la mesure), d'explorer les unités du système international d'unités correspondant, de faire usage des instruments de mesure de cette grandeur, de calculer des mesures avec ou sans formule. Toutefois, selon la grandeur ou selon la fréquentation de celle-ci au cours du cycle précédent, les comparaisons directes ou indirectes de grandeurs (longueur, masse et durée) ne seront pas reprises systématiquement. Tout au long du cycle et en relation avec l'apprentissage des nombres décimaux, les élèves font le lien entre les unités de numération et les unités de mesure (par exemple : dixième → dm, dg, dL ; centième → cm, cg, cL, centimes d'euros).

Les longueurs

Les élèves comparent des périmètres sans avoir recours à la mesure, mesurent des périmètres par report d'unités et de fractions d'unités ou par report des longueurs des côtés sur un segment de droite avec le compas ; ils calculent le périmètre d'un polygone en ajoutant les longueurs de ses côtés (avec des entiers et fractions puis avec des décimaux à deux décimales).

Ils établissent les formules du périmètre du carré et du rectangle. Ils les utilisent tout en continuant à calculer des périmètres de polygones variés en ajoutant les longueurs de leurs côtés.

Selon l'avancement du thème « nombres et calcul », les élèves réinvestissent leurs acquis de CM pour calculer des périmètres simples ou complexes. Ils apprennent la formule de la longueur d'un cercle et l'utilisent après consolidation du produit d'un entier par un décimal, dans un premier temps, puis du produit de deux décimaux.

Les durées

Tout au long de l'année, les élèves consolident la lecture de l'heure et l'utilisation des unités de mesure des durées et de leurs relations ; des conversions peuvent être nécessaires (siècle/années ; semaine/jours ; heure/minutes ; minute/secondes).

Ils les réinvestissent dans la résolution de problèmes de deux types : calcul d'une durée connaissant deux instants et calcul d'un instant connaissant un instant et une durée.

Tout au long de l'année, les élèves poursuivent le travail d'appropriation des relations entre les unités de mesure des durées.

Des conversions nécessitant l'interprétation d'un reste peuvent être demandées (transformer des heures en jours, avec un reste en heures ou des secondes en minutes, avec un reste en secondes).

Selon les situations, les élèves utilisent leurs acquis de CM sur les durées.

Des conversions nécessitant deux étapes de traitement peuvent être demandées (transformer des heures en semaines, jours et heures ; transformer des secondes en heures, minutes et secondes).

GRANDEURS ET MESURES (suite)		
Les aires		
<p>Les élèves comparent des surfaces selon leur aire par estimation visuelle, par superposition ou découpage et recollement. Ils estiment des aires, ou les déterminent, en faisant appel à une aire de référence.</p> <p>Le lien est fait chaque fois que possible avec le travail sur les fractions.</p>	<p>L'utilisation d'une unité de référence est systématique. Cette unité peut être une maille d'un réseau quadrillé adapté, le cm^2, le dm^2 ou le m^2.</p> <p>Les élèves apprennent à utiliser les formules d'aire du carré, du rectangle et du triangle rectangle.</p>	<p>En relation avec le travail sur la quatrième décimale, les élèves utilisent les multiples et sous-multiples du m^2 et les relations qui les lient. Ils utilisent la formule pour calculer l'aire d'un triangle quelconque lorsque les données sont exprimées avec des nombres entiers.</p> <p>Après avoir consolidé le produit de décimaux, ils utilisent les formules pour calculer l'aire d'un triangle quelconque et celle d'un disque.</p>
Les contenances et les volumes		
<p>Les élèves comparent des contenances sans les mesurer, puis en les mesurant. Ils découvrent et apprennent qu'un litre est la contenance d'un cube de 10 cm d'arête. Ils font des analogies avec les autres unités de mesure à l'appui des préfixes.</p>	<p>Ils poursuivent ce travail en utilisant de nouvelles unités de contenance : dL, cL et mL.</p>	<p>Ils relient les unités de volume et de contenance ($1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$; $1\ 000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3$). Ils utilisent les unités de volume : cm^3, dm^3, m^3 et leurs relations.</p> <p>Ils calculent le volume d'un cube ou d'un pavé droit en utilisant une formule.</p>
Les angles		
<p>Dès le CM1, les élèves apprennent à repérer les angles d'une figure plane, puis à comparer ces angles par superposition (utilisation du papier calque) ou en utilisant un gabarit.</p> <p>Ils estiment, puis vérifient en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus.</p>		<p>Avant d'utiliser le rapporteur, les élèves poursuivent le travail entrepris au CM en attribuant des mesures en degrés à des multiples ou sous-multiples de l'angle droit de mesure 90° (par exemple, on pourra considérer que la diagonale d'un carré partage l'angle droit en deux angles égaux de 45°).</p> <p>Les élèves apprennent à utiliser un rapporteur pour mesurer un angle en degrés ou construire un angle de mesure donnée en degrés.</p>
Proportionnalité		
<p>Les élèves commencent à identifier et à résoudre des problèmes de proportionnalité portant sur des grandeurs.</p>	<p>Des situations très simples impliquant des échelles et des vitesses constantes peuvent être rencontrées.</p>	<p>Sur des situations très simples en relation avec l'utilisation d'un rapporteur, les élèves construisent des représentations de données sous la forme de diagrammes circulaires ou semi-circulaires.</p>

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou toute la classe au-delà des repères de progression identifiés pour chaque niveau.

Les apprentissages spatiaux

Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux, en une, deux ou trois dimensions, se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes...) ou numériques.

Initiation à la programmation

Au CM1 puis au CM2, les élèves apprennent à programmer le déplacement d'un personnage sur un écran.

Ils commencent par compléter de tels programmes, puis ils apprennent à corriger un programme erroné. Enfin, ils créent eux-mêmes des programmes permettant d'obtenir des déplacements d'objets ou de personnages.

Les instructions correspondent à des déplacements absolus (liés à l'environnement : « aller vers l'ouest », « aller vers la fenêtre ») ou relatifs (liés au personnage : « tourner d'un quart de tour à gauche »).

La construction de figures géométriques de simples à plus complexes, permet d'amener les élèves vers la répétition d'instructions.

Ils peuvent commencer à programmer, seuls ou en équipe, des saynètes impliquant un ou plusieurs personnages interagissant ou se déplaçant simultanément ou successivement.

Les apprentissages géométriques

Les élèves tracent avec l'équerre la droite perpendiculaire à une droite donnée en un point donné de cette droite.

Ils tracent un carré ou un rectangle de dimensions données.

Ils tracent un cercle de centre et de rayon donnés, un triangle rectangle de dimensions données.

Ils apprennent à reconnaître et à nommer une boule, un cylindre, un cône, un cube, un pavé droit, un prisme droit, une pyramide.

Ils apprennent à construire un patron d'un cube de dimension donnée.

Les élèves apprennent à reconnaître et nommer un triangle isocèle, un triangle équilatéral, un losange, ainsi qu'à les décrire à partir des propriétés de leurs côtés.

Ils tracent avec l'équerre la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné qui peut être extérieur à la droite.

Ils tracent la droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné.

Ils apprennent à construire, pour un cube de dimension donnée, des patrons différents.

Ils apprennent à reconnaître, parmi un ensemble de patrons et de faux patrons donnés, ceux qui correspondent à un solide donné : cube, pavé droit, pyramide.

Les élèves sont confrontés à la nécessité de représenter une figure à main levée avant d'en faire un tracé instrumenté. C'est l'occasion d'instaurer le codage de la figure à main levée (au fur et à mesure, égalités de longueurs, perpendicularité, égalité d'angles).

Les figures étudiées sont de plus en plus complexes et les élèves les construisent à partir d'un programme de construction. Ils utilisent selon les cas les figures à main levée, les constructions aux instruments et l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique.

Ils définissent et différencient le cercle et le disque. Ils réalisent des patrons de pavés droits. Ils travaillent sur des assemblages de solides simples.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

Le raisonnement

La dimension perceptive, l'usage des instruments et les propriétés élémentaires des figures sont articulés tout au long du cycle.

Le raisonnement peut prendre appui sur différents types de codage :

- signe ajouté aux traits constituant la figure (signe de l'angle droit, mesure, coloriage...) ;
- qualité particulière du trait lui-même (couleur, épaisseur, pointillés, trait à main levée...) ;
- élément de la figure qui traduit une propriété implicite (appartenance ou non appartenance, égalité...) ;
- nature du support de la figure (quadrillage, papier à réseau pointé, papier millimétré).

Tout le long de l'année se poursuit le travail entrepris au CM2 visant à faire évoluer la perception qu'ont les élèves des activités géométriques (passer de l'observation et du mesurage au codage et au raisonnement).

On s'appuie sur l'utilisation des codages.

Un vocabulaire spécifique est employé dès le début du cycle pour désigner des objets, des relations et des propriétés.

On amène progressivement les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée des propriétés des figures planes pour tendre vers le raisonnement hypothético-déductif.

Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale.

Les élèves utilisent les propriétés relatives aux droites parallèles ou perpendiculaires pour valider la méthode de construction d'une parallèle à la règle et à l'équerre, et établir des relations de perpendicularité ou de parallélisme entre deux droites.

Ils complètent leurs acquis sur les propriétés des côtés des figures par celles sur les diagonales et les angles.

Dès que l'étude de la symétrie est suffisamment avancée, ils utilisent les propriétés de conservation de longueur, d'angle, d'aire et de parallélisme pour justifier une procédure de la construction de la figure symétrique ou pour répondre à des problèmes de longueur, d'angle, d'aire ou de parallélisme sans recours à une vérification instrumentée.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

Le vocabulaire et les notations

Tout au long du cycle, les notations (AB), [AB], \overline{AB} , AB, sont toujours précédées du nom de l'objet qu'elles désignent : droite (AB), demi-droite [AB], segment \overline{AB} , longueur AB. Les élèves apprennent à utiliser le symbole d'appartenance (\in) d'un point à une droite, une demi-droite ou un segment.

Le vocabulaire et les notations nouvelles (\in , [AB], (AB), \overline{AB} , \widehat{AOB}) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Le vocabulaire utilisé est le même qu'en fin de cycle 2 : côté, sommet, angle, angle droit, face, arête, milieu, droite, segment.

Les élèves commencent à rencontrer la notation « segment [AB] » pour désigner le segment d'extrémités A et B mais cette notation n'est pas exigible ; pour les droites, on parle de la droite « qui passe par les points A et B », ou de « la droite d ».

Les élèves commencent à rencontrer la notation « droite (AB) », et nomment les angles par leur sommet : par exemple, « l'angle A ».

Les élèves utilisent la notation AB pour désigner la longueur d'un segment qu'ils différencient de la notation du segment [AB].

Dès que l'on utilise les objets concernés, les élèves utilisent aussi la notation « angle \widehat{ABC} », ainsi que la notation courante pour les demi-droites.

Les élèves apprennent à rédiger un programme de construction en utilisant le vocabulaire et les notations appropriés pour des figures simples au départ puis pour des figures plus complexes au fil des périodes suivantes.

Les instruments

Tout au long de l'année, les élèves utilisent la règle graduée ou non graduée ainsi que des bandes de papier à bord droit pour reporter des longueurs.

Ils utilisent l'équerre pour repérer ou construire un angle droit.

Ils utilisent aussi d'autres gabarits d'angle ainsi que du papier calque.

Ils utilisent le compas pour tracer un cercle, connaissant son centre et un point du cercle ou son centre et la longueur d'un rayon, ou bien pour reporter une longueur.

Le travail sur les angles se poursuit, notamment sur des fractions simples de l'angle droit (ex : un « demi angle droit », « un tiers d'angle droit », « l'angle plat comme la somme de deux angles droits »).

Les élèves doivent comprendre que la mesure d'un angle (« l'ouverture » formée par les deux demi-droites) ne change pas lorsque l'on prolonge ces demi-droites.

Les élèves se servent des instruments (règle, équerre, compas) pour reproduire des figures simples, notamment un triangle de dimensions données. Cette utilisation est souvent combinée à des tracés préalables codés à main levée.

Ils utilisent le rapporteur pour mesurer et construire des angles.

Dès que le cercle a été défini, puis que la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment est connue, les élèves peuvent enrichir leurs procédures de construction à la règle et au compas.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

La symétrie axiale

Reconnaître si une figure présente un axe de symétrie : on conjecture visuellement l'axe à trouver et on valide cette conjecture en utilisant du papier calque, des découpages, des pliages.

Compléter une figure pour qu'elle devienne symétrique par rapport à un axe donné.

- Symétrie axiale.
- Figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe.
- Propriétés conservées par symétrie axiale.

Les élèves reconnaissent qu'une figure admet un (ou plusieurs) axe de symétrie, visuellement et/ou par pliage ou en utilisant du papier calque. Ils complètent une figure par symétrie ou construisent le symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné, par pliage et piquage ou en utilisant du papier calque.

Ils observent que deux points sont symétriques par rapport à une droite donnée lorsque le segment qui les joint coupe cette droite perpendiculairement en son milieu. Ils construisent, à l'équerre et à la règle graduée, le symétrique d'un point, d'un segment, d'une figure par rapport à une droite.

Les élèves consolident leurs acquis du CM sur la symétrie axiale et font émerger l'image mentale de la médiatrice d'une part et certaines conservations par symétrie d'autre part. Ils donnent du sens aux procédures utilisées en CM2 pour la construction de symétriques à la règle et à l'équerre.

À cette occasion :

- la médiatrice d'un segment est définie et les élèves apprennent à la construire à la règle et à l'équerre ;
- ils étudient les propriétés de conservation de la symétrie axiale.

En lien avec les propriétés de la symétrie axiale, ils connaissent la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment et l'utilisent à la fois pour tracer à la règle non graduée et au compas :

- la médiatrice d'un segment donné ;
- la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.

La proportionnalité

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport simple donné (par exemple $\times \frac{1}{2}$, $\times 2$, $\times 3$).

Les élèves agrandissent ou réduisent une figure dans un rapport plus complexe qu'au CM2 (par exemple $\frac{3}{2}$ ou $\frac{3}{4}$) ; ils reproduisent une figure à une échelle donnée et complètent un agrandissement ou une réduction d'une figure donnée à partir de la connaissance d'une des mesures agrandie ou réduite.

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION POUR LE CYCLE 4

NOMBRES ET CALCULS		
Nombres décimaux relatifs		
5^e	4^e	3^e
<p>Le travail mené au cycle 3 sur l'enchaînement des opérations, les comparaisons et le repérage sur une droite graduée de nombres décimaux positifs est poursuivi. Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). Il est possible de mettre en évidence que soustraire un nombre revient à additionner son opposé, en s'appuyant sur des exemples à valeur générique du type : $3,1 - (-2) = 3,1 + 0 - (-2) = 3,1 + 2 + (-2) - (-2)$, donc $3,1 - (-2) = 3,1 + 2 + 0 = 3,1 + 2 = 5,1$</p>	<p>Le produit et le quotient de décimaux relatifs sont abordés.</p>	<p>Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.</p>
Fractions, nombres rationnels		
<p>La conception d'une fraction en tant que nombre, déjà abordée en sixième, est consolidée. Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.</p>	<p>Un nombre rationnel est défini comme quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, ce qui renvoie à la notion de fraction.</p> <p>Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal.</p> <p>La notion d'inverse est introduite, les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division. Les élèves sont conduits à comparer des nombres rationnels, à en utiliser différentes représentations et à passer de l'une à l'autre.</p>	<p>La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.</p>

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Fractions, nombres rationnels (suite)

Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient :

- $\frac{ab}{ac} = \frac{b}{c}$

- $a \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}$

- $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

- $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration.

Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$$

On commence par calculer $\frac{2}{3} \times 15$:

$$\frac{2}{3} \times 15 = \frac{2}{3} \times 3 \times 5.$$

La définition du quotient permet de simplifier par 3, puisque $\frac{2}{3}$ est le nombre qui, multiplié par 3, donne 2.

Donc $\frac{2}{3} \times 15 = 2 \times 5 = 10.$

Par définition du quotient, il vient donc $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$, puisque $\frac{2}{3}$ multiplié par 15 donne 10.

Une ou plusieurs démonstrations de calculs fractionnaires sont présentées. Le recours au calcul littéral vient compléter pour tout ou partie des élèves l'utilisation d'exemples à valeurs génériques.

MATHÉMATIQUES > Repères annuels de progression pour le cycle 4

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Racine carrée		
	La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore, agrandissement des aires) et à l'appui de la connaissance des carrés parfaits de 1 à 144 et de l'utilisation de la calculatrice.	La racine carrée est utilisée dans le cadre de la résolution de problèmes. <i>Aucune connaissance n'est attendue sur les propriétés algébriques des racines carrées.</i>
Puissances		
	Les puissances de 10 sont d'abord introduites avec des exposants positifs, puis négatifs, afin de définir les préfixes de nano à giga et la notation scientifique. Celle-ci est utilisée pour comparer des nombres et déterminer des ordres de grandeurs, en lien d'autres disciplines. Les puissances de base quelconque d'exposants positifs sont introduites pour simplifier l'écriture de produits. <i>La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances de 10 n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.</i>	Les puissances de base quelconque d'exposants négatifs sont introduites et utilisées pour simplifier des quotients. <i>La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.</i>
Divisibilité, nombres premiers		
Tout au long du cycle, les élèves sont amenés à modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité et les nombres premiers.		
Le travail sur les multiples et les diviseurs, déjà abordé au cycle 3, est poursuivi. Il est enrichi par l'introduction de la notion de nombre premier. Les élèves se familiarisent avec la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. Ceux-ci sont utilisés pour la décomposition en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est utilisée pour reconnaître et produire des fractions égales.	Les élèves déterminent la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et l'utilisent pour décomposer des nombres en facteurs premiers, reconnaître et produire des fractions égales, simplifier des fractions.	La notion de fraction irréductible est introduite. L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Calcul littéral		
Expressions littérales		
<p>Les expressions littérales sont introduites à travers des formules mettant en jeu des grandeurs ou traduisant des programmes de calcul. L'usage de la lettre permet d'exprimer un résultat général (par exemple qu'un entier naturel est pair ou impair) ou de démontrer une propriété générale (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3). Les notations du calcul littéral (par exemple $2a$ pour $a \times 2$ ou $2 \times a$, ab pour $a \times b$) sont progressivement utilisées, en lien avec les propriétés de la multiplication.</p> <p>Les élèves substituent une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale.</p>	<p>Le travail sur les formules est poursuivi, parallèlement à la présentation de la notion d'identité (égalité vraie pour toute valeur des indéterminées).</p> <p>La notion de solution d'une équation est formalisée.</p>	<p>Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions...</p>
Distributivité		
<p>Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux.</p> <p>Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12×50 ; 37×99 ; $3 \times 23 + 7 \times 23$).</p>	<p>La structure d'une expression littérale (somme ou produit) est étudiée. La propriété de distributivité simple est formalisée et est utilisée pour développer un produit, factoriser une somme, réduire une expression littérale.</p>	<p>La double distributivité est abordée.</p> <p>Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ en posant $k = a + b$ et en utilisant la simple distributivité.</p>

NOMBRES ET CALCULS (suite)

Équations

Les élèves sont amenés à tester si une égalité où figure une lettre est vraie lorsqu'on lui attribue une valeur numérique.

Les élèves testent des égalités par essais erreurs, à la main ou à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, des valeurs numériques dans des expressions littérales, ce qui constitue une première approche de la notion de solution d'une équation, sans formalisation à ce stade.

Les notions d'inconnue et de solution d'une équation sont abordées. Elles permettent d'aborder la mise en équation d'un problème et la résolution algébrique d'une équation du premier degré.

Les équations sont travaillées tout au long de l'année par un choix progressif des coefficients de l'équation.

La factorisation d'une expression du type $a^2 - b^2$ permet de résoudre des équations produits se ramenant au premier degré (notamment des équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée).

Aucune virtuosité calculatoire n'est attendue dans les développements et les factorisations.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

Statistiques

Le traitement de données statistiques se prête à des calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes. Selon les situations, la représentation de données statistiques sous forme de tableaux, de diagrammes ou de graphiques est réalisée à la main ou à l'aide d'un tableur-grapheur. Les calculs et les représentations donnent lieu à des interprétations.

Un nouvel indicateur de position est introduit : la médiane.
Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est poursuivi.

Un indicateur de dispersion est introduit : l'étendue.
Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est consolidé.
Un nouveau type de diagramme est introduit : les histogrammes pour des classes de même amplitude.

Probabilités

Les élèves appréhendent le hasard à travers des expériences concrètes : pile ou face, dé, roue de loterie, urne...
Le vocabulaire relatif aux probabilités (expérience aléatoire, issue, événement, probabilité) est utilisé. Le placement d'un événement sur une échelle de probabilités et la détermination de probabilités dans des situations très simples d'équiprobabilité contribuent à une familiarisation avec la modélisation mathématique du hasard.
Pour exprimer une probabilité, on accepte des formulations du type « 2 chances sur 5 ».

Les calculs de probabilités concernent des situations simples, mais ne relevant pas nécessairement du modèle équiprobable. Le lien est fait entre les probabilités de deux événements contraires.

Le constat de la stabilisation des fréquences s'appuie sur la simulation d'expériences aléatoires à une épreuve à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation. Les calculs de probabilités, à partir de dénombrements, s'appliquent à des contextes simples faisant prioritairement intervenir une seule épreuve. Dans des cas très simples, il est cependant possible d'introduire des expériences à deux épreuves. Les dénombrements s'appuient alors uniquement sur des tableaux à double entrée, la notion d'arbre ne figurant pas au programme.
Les élèves simulent une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS (suite)

Proportionnalité

Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.

Le calcul d'une quatrième proportionnelle est systématisé et les points de vue se diversifient avec l'utilisation de représentations graphiques, du calcul littéral et de problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité (configuration de Thalès dans le cas des triangles emboîtés, agrandissement et réduction).

Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur, ainsi qu'entre la proportionnalité et les fonctions linéaires. Le champ des problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité est élargi (homothéties, triangles semblables, configurations de Thalès).

Fonctions

La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs ou une formule.

La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs, une formule, un graphique. Les représentations graphiques permettent de déterminer des images et des antécédents, qui sont interprétés en fonction du contexte.

La notation et le vocabulaire fonctionnels ne sont pas formalisés en 4^e.

Les notions de variable, de fonction, d'antécédent, d'image sont formalisées et les notations fonctionnelles sont utilisées. Un travail est mené sur le passage d'un mode de représentation d'une fonction (graphique, symbolique, tableau de valeurs) à un autre. Les fonctions affines et linéaires sont présentées par leurs expressions algébriques et leurs représentations graphiques. Les fonctions sont utilisées pour modéliser des phénomènes continus et résoudre des problèmes.

GRANDEURS ET MESURES		
Calculs sur des grandeurs mesurables		
<p>La connaissance des formules donnant les aires du rectangle, du triangle et du disque, ainsi que le volume du pavé droit est entretenue à travers la résolution de problèmes. Elle est enrichie par celles de l'aire du parallélogramme, du volume du prisme et du cylindre. La correspondance entre unités de volume et de contenance est faite. Les calculs portent aussi sur des durées et des horaires, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne.</p> <p>Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités.</p>	<p>Le lexique des formules s'étend au volume des pyramides et du cône. Le lien est fait entre le volume d'une pyramide (respectivement d'un cône) et celui du prisme droit (respectivement du cylindre) construit sur sa base et ayant même hauteur. Des grandeurs produits (par exemple trafic, énergie) et des grandeurs quotients (par exemple vitesse, débit, concentration, masse volumique) sont introduites à travers la résolution de problèmes. Les conversions d'unités sont travaillées.</p> <p>Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités des grandeurs composées.</p>	<p>La formule donnant le volume d'une boule est utilisée.</p> <p>Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités est poursuivi.</p> <p>Il est possible de réinvestir le calcul avec les puissances de 10 pour les conversions d'unités.</p> <p>Par exemple, à partir de : $1 \text{ m} = 10^2 \text{ cm}$, il vient $1 \text{ m}^3 = (1 \text{ m})^3 = (10^2 \text{ cm})^3 = 10^6 \text{ cm}^3$ ou, à partir de : $1 \text{ dm} = 10^{-1} \text{ m}$, il vient $1 \text{ dm}^3 = (10^{-1} \text{ m})^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$.</p>
Effet des transformations sur des grandeurs géométriques		
<p>Les élèves connaissent et utilisent l'effet des symétries axiale et centrale sur les longueurs, les aires, les angles.</p>	<p>Les élèves connaissent et utilisent l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. Ils le travaillent en lien avec la proportionnalité.</p>	<p>Les élèves connaissent et utilisent l'effet des transformations au programme (symétries, translations, rotations, homothéties) sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes.</p> <p>Le lien est fait entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (triangles semblables, homothéties).</p>

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

Représenter l'espace

Le repérage se fait sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère orthogonal.

Dans la continuité de ce qui a été travaillé au cycle 3, la reconnaissance de solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) s'effectue à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière ou sur un logiciel de géométrie dynamique.

Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit ou d'un cylindre.

Le repérage se fait dans un pavé droit (abscisse, ordonnée, altitude). Les élèves produisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide ou d'un cône.

Le repérage s'étend à la sphère (latitude, longitude). Un logiciel de géométrie est utilisé pour visualiser des solides et leurs sections planes. Les élèves produisent et mettent en relation différentes représentations des solides étudiés (patrons, représentation en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

Géométrie plane

Figures et configurations

La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées.

Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie.

Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements.

Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage.

Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes. Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant.

Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.

Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles.

Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)

Transformations

Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par symétrie centrale. Cela permet de découvrir les propriétés de la symétrie centrale (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre la symétrie centrale et le parallélogramme. Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces.

Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises ou des pavages ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme.

La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Toutefois, par commodité, la translation transformant le point A en le point B pourra être nommée « translation de vecteur \overrightarrow{AB} », mais aucune connaissance n'est attendue sur l'objet « vecteur ».

Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par rotation et par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre angle et rotation, entre le théorème de Thalès et les homothéties.

Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces.

Les définitions ponctuelles d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie ne figurent pas au programme.

Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Les repères qui suivent indiquent une progressivité dans le **niveau de complexité des activités** relevant de ce thème. Certains élèves sont capables de réaliser des activités de troisième niveau dès le début du cycle.

1 ^{er} niveau	2 ^e niveau	3 ^e niveau
<p>À un premier niveau, les élèves mettent en ordre et/ou complètent des blocs Scratch fournis par le professeur pour construire un programme simple. L'utilisation progressive des instructions conditionnelles et/ou de la boucle « répéter ... fois ») permet d'écrire des scripts de déplacement, de construction géométrique ou de programme de calcul.</p>	<p>À un deuxième niveau, les connaissances et les compétences en algorithmique et en programmation s'élargissent par :</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'écriture d'une séquence d'instructions (condition « si ... alors » et boucle « répéter ... fois ») ; - l'écriture de programmes déclenchés par des événements extérieurs ; - l'intégration d'une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique, de calcul ou de simulation d'une expérience aléatoire. 	<p>À un troisième niveau, l'utilisation simultanée de boucles « répéter ... fois », et « répéter jusqu'à ... » et d'instructions conditionnelles permet de réaliser des figures, des calculs et des déplacements plus complexes. L'écriture de plusieurs scripts fonctionnant en parallèle permet de gérer les interactions et de créer des jeux.</p> <p>La décomposition d'un problème en sous-problèmes et la traduction d'un sous-problème par la création d'un bloc-utilisateur contribuent au développement des compétences visées.</p>