Collège Jean Mounès 44210 PORNIC

Entraînement au Diplôme National du Brevet

Épreuve de mathématiques

Sujet série «Collège»

et corrigé

L'épreuve comporte **quatre exercices** obligatoires, indépendants.
Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et du soin apporté à **la présentation** (**2 points**).
Aucun échange de matériel entre candidats n'est autorisé.
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice n°1 :

On donne : $A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div (1 - \frac{1}{10})$ et $B = \frac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times 10^{2}}{7 \times 10^{4}}$

Calculer A , et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
Calculer B , et donner le résultat sous la forme d'une écriture scientifique.

Exercice n°2 :

La roussette rousse est une espèce de chauve-souris, endémique au territoire de la Nouvelle-Calédonie. Elle a été la mascotte officielle des XIV^e^ Jeux du Pacifique de 2011.
Dans une urne, on a dix boules indiscernables au toucher portant les lettres du mot ROUSSETTES.

R O U S S E T T E S

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de cette urne et lire la lettre inscrite sur celle-ci.

1/ Quelles sont les six issues d'une telle expérience ?

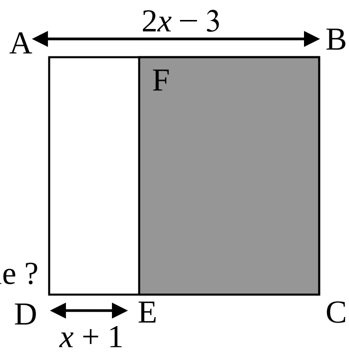
2/ Déterminer les probabilités des événements suivants :

a/ la lettre tirée est un R ; **b/** la lettre tirée est un S ; **c/** la lettre tirée n'est pas un S.

Exercice n°3 :

Dans cet exercice, x désigne un nombre supérieur ou égal à 4.
ABCD est un carré dont le côté mesure $2x - 3$.

a. Montrer que l'aire du rectangle BCEF s'exprime par la formule :
$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$
b. Développer et réduire A.
c. Factoriser A.
d. Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 4) = 0$
e. Pour quelle(s) valeur(s) de x, l'aire du rectangle BCEF est-elle nulle ? Justifier



II - ACTIVITÉS GEOMETRIQUE (12 points)

Exercice n°1 :

Toutes les questions sont indépendantes.
Soit ABC un triangle tel que : AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.

1/ Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

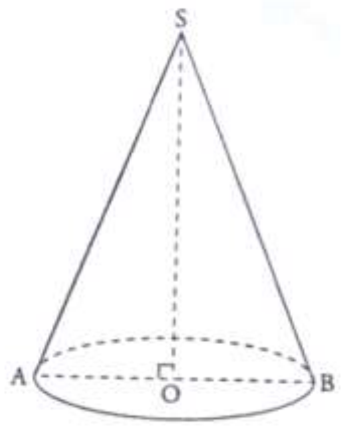
2/ Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

3/a/ Placer le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm.
Tracer le cercle de diamètre [BE] et placer le point F situé à l'intersection de ce cercle et du côté [BC].
b/ Montrer que le triangle BEF est rectangle.

4/a/ Montrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.
b/ Calculer BF et EF.

Exercice n°2 :

L'unité de longueur est le centimètre.



Une bougie a la forme d'un cône de révolution de sommet S ;

sa base est un cercle de centre O et de diamètre AB = 10 ;

on donne SA = 13.

1) Montrer que la hauteur de la bougie a pour longueur 12 cm.

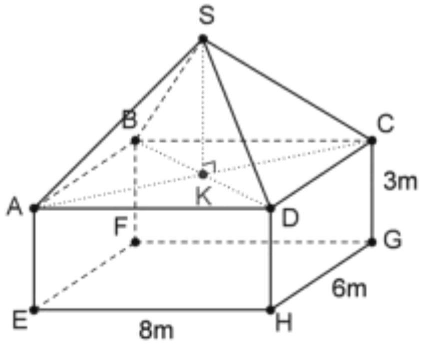
2) a) Calculer la valeur exacte du volume de la bougie en cm^3.
(On donnera cette valeur sous la forme $k \times \pi$ où k est un nombre entier)

b) Combien peut-on fabriquer de bougies de ce type avec 4 litres de cire ? Justifier.

3) Pour les transporter, on range 49 bougies de ce type dans le même sens, dans une boîte à base carré, la plus petite possible. Calculer les dimensions de cette boîte puis son volume.

III – PROBLEME (12 points)

Un horticulteur envisage la construction d'une serre entièrement vitrée ayant la forme d'un parallélépipède rectangle surmonté d'une pyramide comme l'indique la figure ci-dessous :



On désigne par x la hauteur SK (exprimée en mètre) de la pyramide SABCD

Partie 1

1. Calculer le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH
2. Déterminer en fonction de x le volume de la Pyramide SABCD
3. Montrer que le volume (en m^3) de la serre est donné par la formule : $V_{serre} = 144 + 16\,x$
4. Calculer ce volume pour $x = 1{,}5$
5. Pour quelle valeur de x le volume de la serre est-il de $200m^3$?

Partie 2

Soit f la fonction qui à x associe $16\,x + 144$

1. Quelle est l'image de -10 par la fonction f?
2. Calculer f(4,7)
3. Sachant que f(2) = 176, traduire ce renseignement par une phrase ou intervient le mot antécédent.
4. Que signifie pour la situation vue dans la partie 1, f(2) = 176 ?

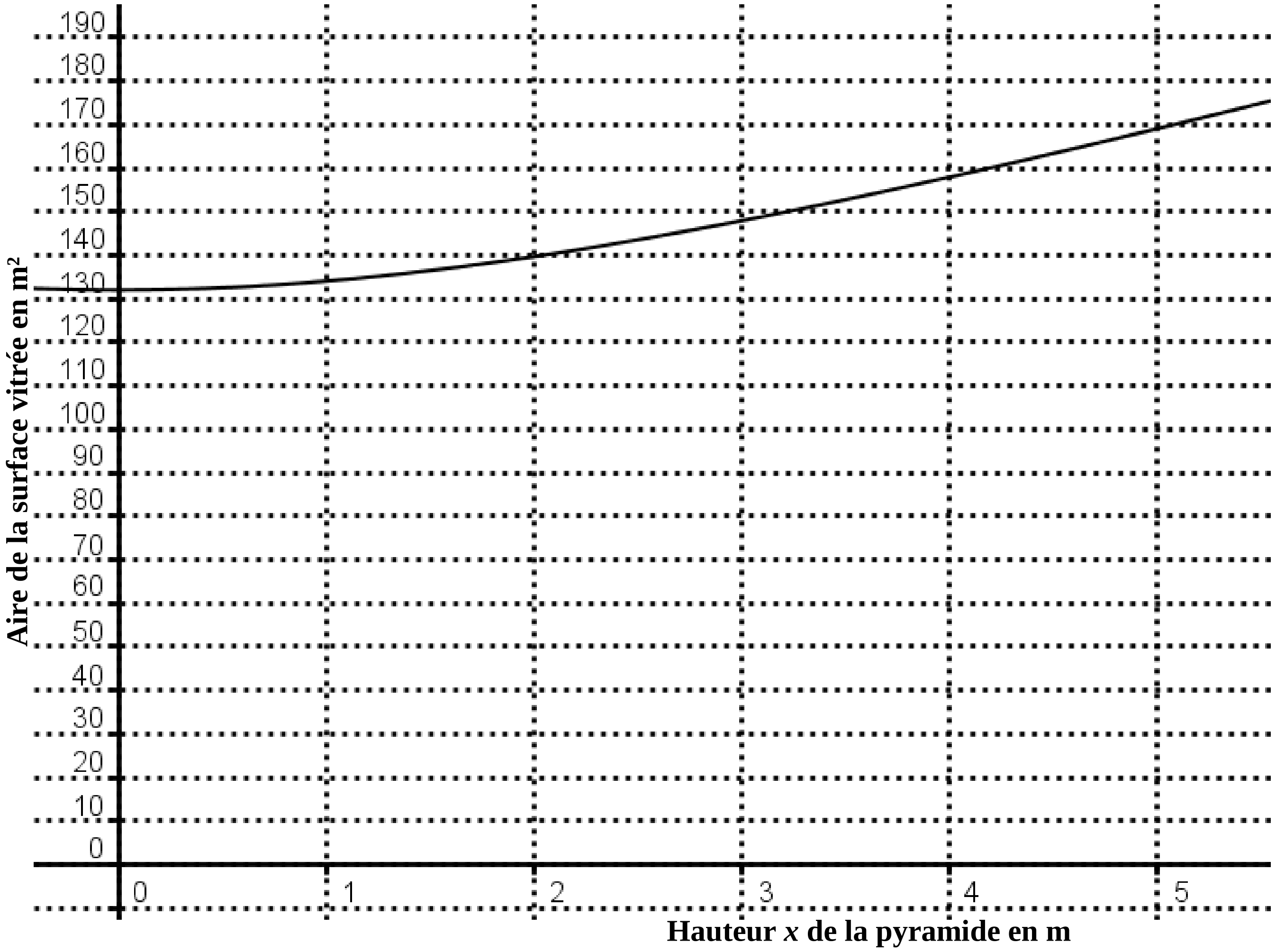
Partie 3

On s'intéresse maintenant à la surface vitrée de la serre (surface constituée des quatre faces latérales et du toit).
Répondre aux questions 1 et 2, en utilisant le graphique de la feuille annexe qui donne l'aire de cette surface vitrée en fonction de x.

1. Quelle est l'aire de la surface vitrée pour $x = 4{,}20$, puis pour $x = 0$?
2. Pour des raisons de coût, l'horticulteur souhaite limiter la surface vitrée à $150m^2$.
   Quelle est dans ce cas la hauteur de la pyramide ?
3. En remarquant la forme particulière de la serre dans le cas où $x = 0$, calculer l'aire de la surface vitrée et retrouvée ainsi le résultat donné par le graphique.

Feuille annexe à rendre avec la copie :

Numéro d'anonymat : ……………….



COLLEGE JEAN MOUNES	Temps alloué : **2h**
Epreuve : **Mathématiques**	Date : **Vendredi 21 janvier 2011**
Coefficient : **2**	Série collège :**5/5**

I - ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 :

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div (1 - \frac{1}{10})$

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div (\frac{10}{10} - \frac{1}{10})$

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \div \frac{9}{10}$

$A = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$

$A = \frac{2}{5} + \frac{30}{45}$

$A = \frac{2}{5} + \frac{10}{15}$

$A = \frac{6}{15} + \frac{10}{15}$

$A = \frac{16}{15}$

$B = \frac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times 10^{2}}{7 \times 10^{4}}$

$B = \frac{81 \times 14}{7} \times \frac{10^{-5} \times 10^{2}}{10^{4}} = \frac{81 \times 2 \times 7}{7} \times \frac{10^{-3}}{10^{4}}$

$B = 162 \times 10^{-7}$

$B = 1{,}62 \times 10^{2} \times 10^{-7}$

$B = 1{,}62 \times 10^{-5}$

Exercice 2 :

1/ Les six issues de cette expérience sont R, O, U, S, E et T.

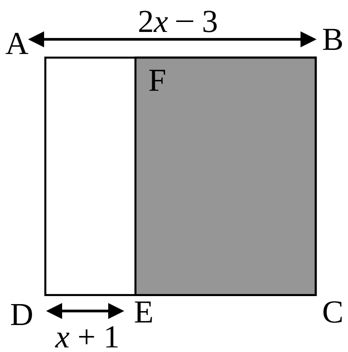
2/a/ p(la lettre tirée est un R) = $\frac{1}{10}$;

b/ p(la lettre tirée est un S) = $\frac{3}{10}$;

c/ p(la lettre tirée n'est pas un S) = $\frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ *(on peut aussi compter 7 lettres parmi les 10 qui ne sont pas des S…).*

Exercice n°3 :

a) Aire du rectangle BCEF = Aire du carré ABCD – Aire du rectangle ADEF
Aire du rectangle BCEF = AB × AB – AD × DE
Aire du rectangle BCEF = $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$



b) Développer et réduire $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

$A = (2x)^2 - 2\times 2x \times 3 + 3^2 - [2x^2 + 2x - 3x - 3]$

$A = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 - 2x + 3x + 3$

$A = 2x^2 - 11x + 12$

c) Factoriser A

$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

$A = (2x - 3)\,[(2x - 3) - (x + 1)]$

$A = (2x - 3)(x - 4)$

d) Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 4) = 0$

Il s'agit d'une équation produit

a× b =0 si a = 0 ou b = 0

$2x - 3 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$2x = 3$ ou $x = 4$

$x = \frac{3}{2}$

L'équation $(2x - 3)(x - 4) = 0$ a deux solutions $\frac{3}{2}$ **et** 4

e) Pour quelle(s) valeur(s) de x, l'aire du rectangle BCEF est-elle nulle ? Justifier
L'aire du rectangle BCEF est nulle si $(2x - 3)(x - 4) = 0$

Donc si $x = \frac{3}{2}$ ou si $x = 4$ alors l'aire du rectangle BCEF est nulle, mais $x \geqslant 4$ donc

Il n'y a qu'une solution possible : 4.

II - ACTIVITÉS GEOMETRIQUE (12 points)

Exercice n°1 :

1/ Le triangle ABC est construit ci-contre en vraie grandeur tel que AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.

2/ Le plus grand côté est [AB] avec d'une part $AB^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$ et d'autre part

$AC^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$.

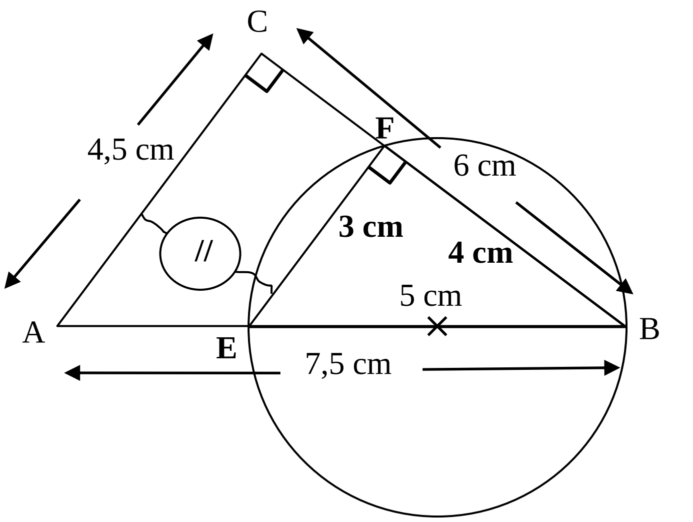
Puisque $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

3/a/ Le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm est placé sur la figure ci-contre ainsi que le cercle de diamètre [BE] et le point F.

b/ Puisque le point F appartient au cercle de diamètre [BE], le triangle BEF est rectangle en F ou bien :

Puisque le triangle BEF est inscrit dans le cercle de diamètre [BE], il est rectangle en F.

4/a/ D'après les questions 1/ et 3/b les droites (AC) et (EF) sont perpendiculaires à la même droite (BC), donc
(AC) // (EF).



4/b/ Les droites (CF) et (AE) sont sécantes en B avec (AC) // (EF) alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$

$\frac{BF}{6} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{EF}{4{,}5}$

$BF = \frac{6 \times 5}{7{,}5} = 4$ et $EF = \frac{5 \times 4{,}5}{7{,}5} = 3$

BF = 4 cm et EF = 3 cm.

(La figure tracée ci-dessus comporte toutes les informations données ou trouvées dans l'exercice.)

Exercice n°2 :

1) Dans le triangle SAO rectangle en O
d'après le théorème de Pythagore, on a
$SA^2 = SO^2 + AO^2$
$13^2 = SO^2 + 5^2$
$SO^2 = 13^2 - 5^2$ donc $SO^2 = 144$ donc **SO = 12 cm**

2) a) Volume d'un cône $V = \frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi AO^2 \times SO$

$V = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$ donc $\mathbf{V = 100\pi\ cm^3}$

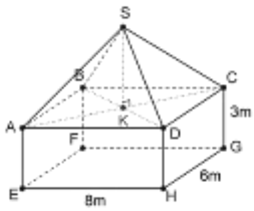
b) 4 litres = 4 dm^3 = 4 000 cm^3. Avec 100π cm^3 de cire, on peut fabriquer 1 bougie donc avec 4 000 cm^3 de cire on pourra fabriquer n bougies

$n = \frac{4000}{100\pi} = \frac{40}{\pi}$ donc $n \approx 12{,}7$ bougies

donc on pourra fabriquer **12 bougies avec 4 litres de cire**

2) La base de la boîte est carrée donc on peut mettre 7 rangées de bougies avec 7 bougies par rangée pour placer 49 bougies au total. Or chaque bougie a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 12 cm donc la boîte est un pavé droit ayant pour hauteur 12 cm et comme base un carré de côté 70 cm
Volume de la boite : $70 \times 70 \times 12 = 70^2 \times 12 = 58\,800$ cm^3 ou 58, 8 L.

III – PROBLEME (12 points)



On désigne par x la hauteur SK (exprimée en mètre) de la pyramide SABCD

Partie 1

1. $V_{ABCDEFGH} = 8 \times 6 \times 3 = 144\ m^3$
2. $V_{SABCD} = \dfrac{8 \times 6 \times x}{3} = 16x$
3. $V_{serre} = V_{ABCDEFGH} + V_{SABCD} = 144 + 16x$
4. Pour x= 1,5,
   $V_{serre} = 144 + 16 \times 1{,}5 = 144 + 24 = 168\ m^3$
5. $V_{serre} = 200$
   $144 + 16x = 200$
   $16x = 200 - 144$
   $16x = 56$
   $x = \dfrac{56}{16}$
   $x = \dfrac{7}{2} = 3{,}5m$
   Pour que le volume soit égal à 200m ^{3}, il faut que x soit égal à 3,5m

Partie 2

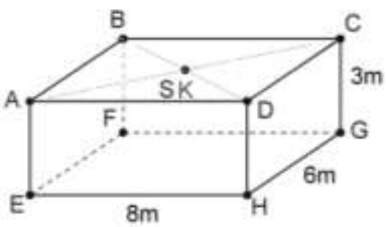
Soit f la fonction qui à x associe $16x + 144$

1. $f(-10) = 16 \times (-10) + 144$
   $f(-10) = -160 + 144 = -16$
   $f(-10) = -16$
2. $f(4{,}7) = 16 \times 4{,}7 + 144$
   $f(4{,}7) = 75{,}2 + 144$
   $f(4{,}7) = 219{,}2$
3. Un antécédent de 176 est 2..
4. Pour SK = 2m, le volume de la serre sera de 176m^2.

Partie 3

Répondre aux questions 1 et 2, en utilisant le graphique de la feuille annexe qui donne l'aire de cette surface vitrée en fonction de x.

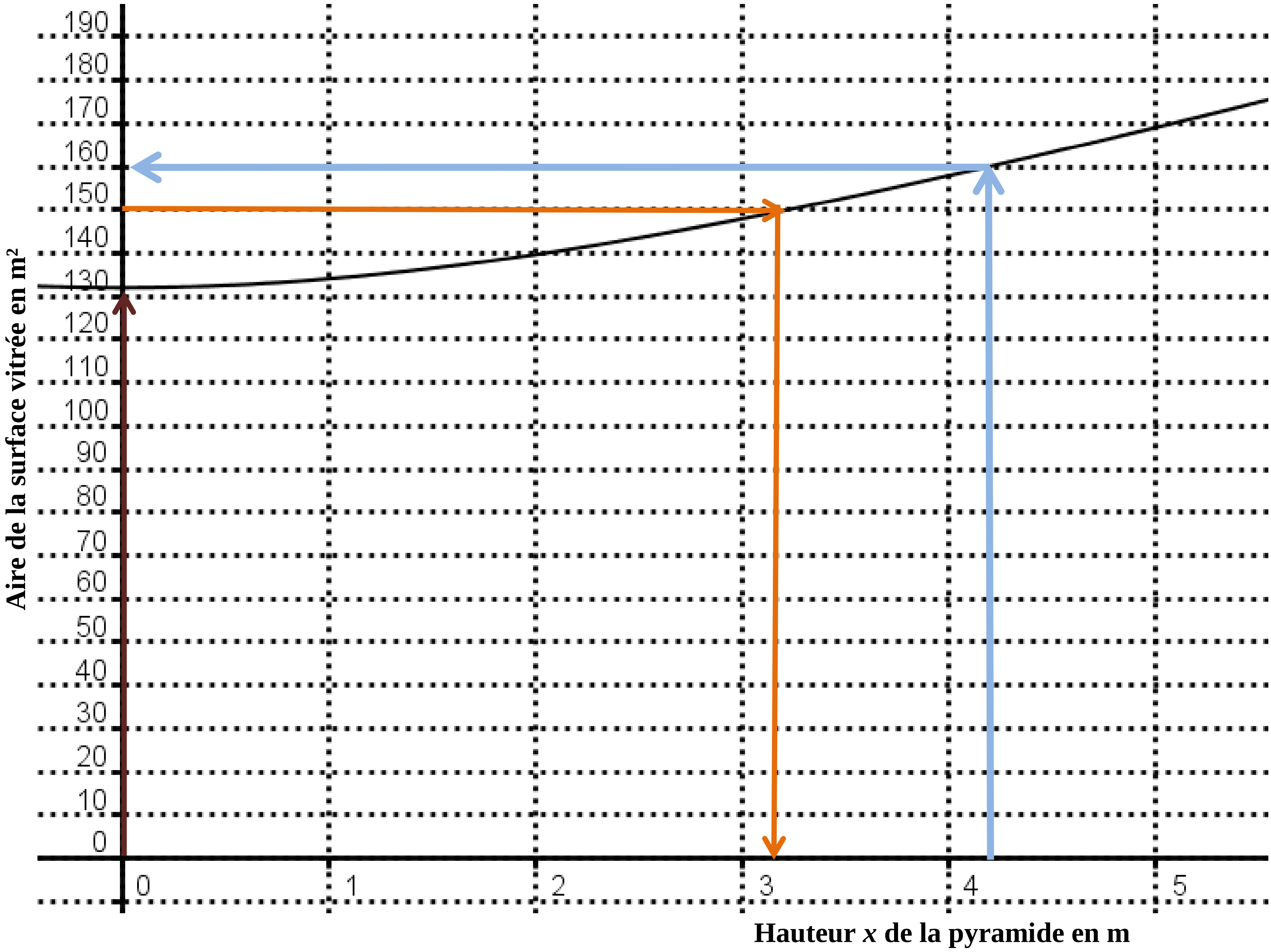
1. Pour $x = 4{,}2$, la surface est de 160m² environ.
   Pour $x = 0$, la surface est de 132m² environ.
2. Pour que la surface vitrée soit de 150m², la hauteur doit être d'environ 3,2m.
3. Pour $x = 0$, la serre devient un parallélépipède rectangle.



Donc la surface vitrée est représentée par la surface latérale et une base.
$V = 8 \times 3 + 8 \times 6 + 8 \times 3 + 8 \times 3 + 8 \times 6$
$V = 132m^2$

Feuille annexe à rendre avec la copie :

COLLEGE JEAN MOUNES	Temps alloué : **2h**
Epreuve : **Mathématiques**	Date : **Vendredi 21 janvier 2011**
Coefficient : **2**	Série collège :**8/5**


Aire de la surface vitrée en m²
190
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
1
2
3
4
5
Hauteur x de la pyramide en m