

**LE CALCUL LITTÉRAL**

Exercices d'entraînement personnel, classés par compétences.

**Compétence n°1 : savoir simplifier et réduire une expression littérale.****1.a) Simplifier au maximum les expressions suivantes :**

*Rappel* : on peut retirer le signe  $\times$  lorsqu'il est entre deux lettres ; entre une lettre et un nombre ; ou juste devant une parenthèse. Attention, le signe ne disparaît pas : il est sous – entendu.

$$A = 3 \times a + 2 \times 4$$

$$C = a \times (5 + b)$$

$$B = 4 \times b + 2 \times c$$

$$D = a \times a \times a + b \times b \times 3$$

$$E = x \times x \times x - 3 \times x \times x$$

**1.b) Réduire les expressions suivantes au maximum (lorsque c'est possible) :**

*Rappel* : on ne peut additionner entre eux **que** les termes qui ont **les mêmes lettres**.

$$A = 5a + 1a$$

$$C = 12x + 5y - 7x + y$$

$$B = 15b^2 - 22b^2$$

$$D = 3x^2 - 3x$$

$$E = 8y^3 - y^2 + 2y^2 - 8y^3$$

**Compétence n°2 : savoir utiliser l'égalité  $ka + kb = k(a + b)$  pour factoriser ou pour développer.****2.a) Développer et réduire les expressions suivantes :**

*Rappel* : développer une expression, c'est transformer un produit en somme.

$$A = 5(x + 3)$$

$$C = x(2x + 1)$$

$$B = 2y(3x - 2y)$$

$$D = 3ab(2a + 3b + 5)$$

$$E = 2x(x^2 - x)$$

**2.b) Factoriser au maximum les expressions suivantes :**

*Rappel* : factoriser une expression, c'est transformer une somme en produit.

$$A = 5x - 15y$$

$$C = 40a^2 + 16ab$$

$$B = 27x^2 - 18x$$

$$D = 49xy + 35y^2$$

$$E = 7x + 14xy$$

**2.c) Factoriser le numérateur, le dénominateur, puis simplifier les fractions lorsque c'est possible :**

*Rappel* : on ne peut simplifier le numérateur et dénominateur par un même nombre que si ce nombre factorise le numérateur et factorise le dénominateur.

$$A = \frac{9y^2 + 18xy}{6y + 9xy}$$

$$C = \frac{45x^2}{9x + 36xy}$$

$$B = \frac{3a + 3b}{6a + 6b}$$

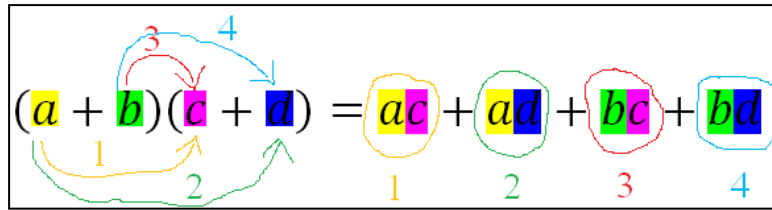
$$D = \frac{2x + 4y}{6z + 8k}$$

$$E = \frac{5x - 15y}{3x - 9y}$$

**Compétence n°3 : savoir développer un produit dont chaque facteur est une somme, savoir appliquer la règle de suppression des parenthèses.**

**3.a) Développer et réduire les produits suivants.**

Rappel :



$A = (x + 3)(2x + 2)$	$B = (2y + 1)(3 + y)$	$C = (2 - x)(3 + x)$
$D = (-2b + 3)(-2 - b)$	$C = (a^2 - 2a)(-1 - a)$	$D = \left(m - \frac{1}{2}\right)(-2x + 4)$

**3.b) Supprimer les parenthèses et réduire les expressions suivantes.**

Rappel : si, devant la parenthèse, il y a un  $-$ , alors **tous les signes à l'intérieur des parenthèses changent.**

$A = 3 - (5 - x)$	$B = 4 + (2x + 6)$	$C = 3x + (-9 - 3x)$
$D = -x - (-2x + 1)$	$E = 7 - (-2 - 3x)$	$F = 3x - (7x^2 - 6x + 2)$
$G = 2a - (7 - 3a) + (3 - a)$	$H = -(2a + 1) - 1 + (2a - 3)$	$I = -(x + 1) + (x - 1)$

**3.c) Développez, supprimez les parenthèses, et réduisez les expressions suivantes.**

Rappel : il faut rajouter des crochets pour éviter les erreurs de signe !!!

$A = x^2 - 3x + (x + 1)(2x - 4)$	$B = 1 - (2x^2 + 1) - (-x + 2)(4x - 3)$
$C = 3 + 2(-x + 1)(2x - 3)$	$D = x^2 - x - 2(-x + 4)(3x - 1)$

**Compétence n°4 : savoir produire une expression littérale dans un problème précis.**

**4.a) pour calculer avec des nombres**

Voici un programme de calcul :

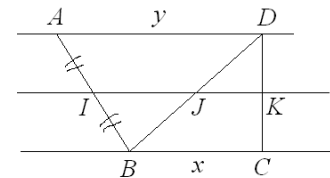
*On choisit un nombre ; on lui ajoute 3 ; on élève le résultat au carré ;  
on retranche 25 au résultat obtenu.*

1. Appliquer ce programme de calcul au nombre 2. Quel nombre obtient – on ?
2. On appelle  $n$  le nombre auquel on applique le programme de calcul précédent. Exprimer, en fonction de  $n$ , le résultat de ce programme de calcul.  
Tester l'expression obtenue en donnant à  $n$  la valeur 2.

**4.b) dans un problème de géométrie**

**Problème 1.**

$ABCD$  est un trapèze quelconque tel que  $(AD)$  et  $(BC)$  soient parallèles. On note  $x = BC$  et  $y = AD$ . On appelle  $I$  le milieu de  $[AB]$ . La parallèle à  $(AD)$  passant par  $I$  coupe  $[AC]$  en  $J$  et  $[CD]$  en  $K$ .  
Démontrer que  $IK = (x + y) \div 2$ .



**Problème 2.**

La longueur  $x$  d'un rectangle  $R$  dépasse sa largeur de 4cm.

1. Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $A$  du rectangle  $R$ .
2. Un rectangle  $R'$  a la même largeur que  $R$  mais une longueur diminuée de 3cm par rapport à celle de  $R$ . Exprimer en fonction de  $x$  l'aire  $A'$  du rectangle  $R'$ .
3.
  - a) Exprimer en fonction de  $x$  la somme  $A''$  des aires  $A$  et  $A'$  des rectangles  $R$  et  $R'$ .
  - b) Développer et réduire  $A''$
  - c) Calculer la valeur numérique de  $A''$  pour  $x = 7$ .

**Compétence n°5 : connaître et savoir utiliser les identités remarquables pour factoriser et pour développer.**

**5.a) Développer les produits suivants en utilisant les identités remarquables.**

Rappel : nous avons appris trois identités remarquables, dans ce sens pour développer :

$$\boxed{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2} ; \boxed{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2} ; \boxed{(a - b)(a + b) = a^2 - b^2}.$$

$A = (x + 2)^2$	$F = (x - 2)^2$	$K = (x + 2)(x - 2)$
$B = (y + 5)^2$	$G = (-y + 5)^2$	$L = (y + 5)(-y + 5)$
$C = (2z + 3)^2$	$H = (-3z + 3)^2$	$M = (2z - 3)(-2z - 3)$
$D = \left(\frac{1}{2}a + 2\right)^2$	$I = \left(\frac{5}{3}a - \frac{1}{2}\right)^2$	$N = \left(\frac{3}{2}a - 1\right)\left(\frac{3}{2}a + 1\right)$
$E = (11b + 1)^2$	$J = (11b - 1)^2$	$P = (11b - 1)(11b + 1)$

**5.b) Factoriser les sommes suivantes en utilisant les identités remarquables lorsque c'est possible.**

Rappel :  $\boxed{a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2}$  ;  $\boxed{a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2}$  ;  $\boxed{a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)}$

$A = 9x^2 + 54x + 81$	$D = 121x^2 - 154x + 49$	$G = 25x^2 - 16$
$B = 49x^2 + 70xy + 25y^2$	$E = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$	$H = \frac{4}{9}x^2 + 16$
$C = \frac{x^2}{9} + \frac{16}{3}x + 64$	$F = 9x^2 - 40xy + 49y^2$	$I = (x - 5)^2 - (5x - 7)^2$

**5.c) Factoriser les sommes suivantes au maximum, à vous de trouver quelle méthode utiliser.**

Rappel : pour factoriser, il faut :

1. Regarder s'il y a des facteurs communs
2. Regarder si on peut appliquer une identité remarquable
3. Ne pas oublier de regarder si on a factorisé au maximum

$A = (2x + 1)^2 - (2x + 1)(x + 3) + (2x + 1)(2x - 1)$
$B = x^2 + 10x + 25 - (2x + 1)(x + 5)$
$C = x^2 - 5x + (x^2 - 25)$
$D = (x^2 - 2x + 1) - (x - 1)(3x + 4)$
$E = (4x^2 - 9) + (2x - 3)(5x + 4) - (4x^2 - 12x + 9)$
$F = (x^2 - 6x + 9) - (x - 3)(3x - 4)$
$G = (3x - 5)(x + 2) + 18x^2 - 60x + 50$
$H = (3x + 2)^2 - (5x - 7)^2$
$I = 4(3x - 5)^2 - (7 - 2x)^2$
$J = (3x - 5)^2 - 9(2x - 1)^2$
$K = (2x - 6)(x + 5) - (x^2 - 6x + 9)$
$L = (x - 5)(3x + 2) + 9x^2 + 12x + 4$
$M = (5x + 2)^2 - (3x - 7)^2$
$N = 16(x - 5)^2 - (3 - 2x)^2$
$P = (x - 5)^2 - 4(x - 1)^2$

## LE CALCUL LITTÉRAL AU BREVET DES COLLEGES

### Exercice 1

On donne :  $A = (x + 3)^2 + 2(x + 3)(x + 1)$ .

1. Développer et réduire  $A$ .
2. Factoriser  $A$ .

### Exercice 2

On donne :  $D = (2x + 3)^2 + (2x + 3)(7x - 2)$

1. Développer et réduire  $D$ .
2. Factoriser  $D$ .
3. Calculer  $D$  pour  $x = -4$  en choisissant la forme la plus adaptée.

### Exercice 3.

On considère l'expression suivante :

$$D = (4x + 1)^2 - (3x - 2)(4x + 1).$$

1. Développer et réduire l'expression  $D$ .
2. Factoriser  $D$ .
3. Calculer la valeur de  $D$  pour  $\sqrt{3}$  en utilisant la forme de  $D$  la mieux adaptée.

### Exercice 4.

On pose  $F = 49 - (3x + 2)^2$ .

1. Factoriser  $F$ .
2. Développer  $(3x + 2)^2$ , puis  $F$ .
3. Calculer  $F$  pour  $x = \frac{5}{3}$ .

### Exercice 5.

1. Développer et réduire l'expression :  $P = (x + 12)(x + 2)$ .
2. Factoriser l'expression  $Q = (x + 7)^2 - 25$ .
3.  $ABC$  est un triangle rectangle en  $A$  ;  $x$  désigne un nombre positif ;  $BC = x + 7$  et  $AB = 5$ .  
Faire un schéma et montrer que :  $AC^2 = x^2 + 14x + 24$ .

### Exercice 6.

Voici un programme de calcul :

*On choisit un nombre ; on lui ajoute 3 ; on élève le résultat au carré ;  
on retranche 25 au résultat obtenu.*

3. Appliquer ce programme de calcul au nombre 2. Quel nombre obtient-on ?
4. On appelle  $n$  le nombre auquel on applique le programme de calcul précédent. Exprimer, en fonction de  $n$ , le résultat de ce programme de calcul.  
Tester l'expression obtenue en donnant à  $n$  la valeur 2.

### Exercice 7

1. Développer  $A = (2x + 1)(2x - 1)$ .
2. Calculer  $A$  pour  $x = \sqrt{5}$ .
3. Expliquer comment on peut utiliser la première question pour calculer  $20\,001 \times 19\,999$ .

### Exercice 8

1. On considère :  $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$ .
  - a) Développer  $E$ .
  - b) Comment peut-on en déduire, sans calculatrice, le résultat de  $99\,997^2 - 99\,999 \times 99\,998$  ?
2. Factoriser l'expression :  $F = (4x - 1)^2 - (4x - 1)(7x - 6)$