SCRATCH : NOTION DE FONCTIONS
& Conjecture Syracuse

<u>1re partie</u>
On définit une fonction f à l'aide du programme suivant.

1) Quelle est l'image de 3 par la fonction f ?
2) Quelle est l'image de 97 par la fonction f ?
3) Quelle est l'expression algébrique de f ?
4) Donner un antécédent de 65 par la fonction f.
5) Donner un antécédent de 100 par la fonction f.

2e partie : A vous de coder

Voici un programme de calculs :
- Choisir un nombre
- L'élever au carré
- Multiplier par 3
- Retrancher 16 fois le nombre choisi au résultat
- Ajouter 21 à l'ensemble

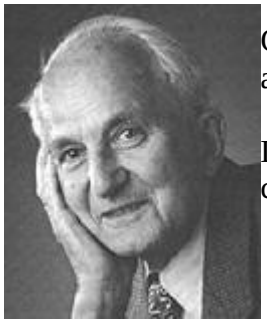
1) Quel est le résultat de ce programme si le nombre choisi est 3 ?
2) Utiliser Scratch pour modéliser ce programme.
3) Tester votre code en choisissant 3 au départ.
4) Quel est le résultat de ce programme si le nombre choisi est 9 ?

Ce programme représenter une fonction g.
5) Donner l'expression algébrique de cette fonction.
6) Donner un antécédent de 1365 par la fonction g.

3e partie : Une autre fonction
On donne la fonction $h(x) = (x-3)(3x-7)$
1) À l'aide d'un programme, calculer les images de 3, de 9 et puis de -6 par la fonction h.
2) Comparer les fonctions h et g.
Démontrer-le !

4e partie : un travail pour aller plus loin.

En mathématiques, on appelle conjecture, une règle qui n’a jamais été prouvée. On a vérifié cette règle sur beaucoup d'exemples, mais on n’est pas sûr qu’elle soit toujours vraie.



C’est le cas de la conjecture de Syracuse découverte par le mathématicien allemand Lothar Collatz (photo ci-contre) en 1930.

Depuis, bon nombre de mathématiciens cherchent à expliquer pourquoi cette conjecture est vraie, mais aujourd’hui personne n’y est encore arrivée.

Enoncé de la conjecture de Syracuse

Prendre un nombre entier :
- Si ce nombre est pair, le diviser par 2.
- Si ce nombre est impair, prendre le triple et ajouter 1.

On obtient un nouveau nombre entier et on recommence :
Si ce nombre est pair, le diviser par 2.
Si ce nombre est impair, prendre le triple et ajouter 1.
Et on recommence ainsi de suite avec les entiers successifs obtenus…

On s’arrête dès qu’on obtient 1.

La conjecture de Syracuse dit qu’à la fin, on obtient toujours 1.

1) Tester cet algorithme avec les nombres 10; 13 et 21.
2) Programmer cet algorithme sur SCRATCH