

# Arithmétique

## OBJECTIFS

- Déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier.
- Simplifier une fraction donnée pour la rendre irréductible.
- Division euclidienne (quotient, reste).
- Multiples et diviseurs.
- Notion de nombres premiers.

## I. Définitions

### DEFINITION

Dire que  $a$  est un **multiple** de  $b$  signifie qu'il existe un entier  $k$  tel que  $a = b \times k$   
On dira également que  $b$  **divise**  $a$  ou que  $b$  est un **diviseur** de  $a$ .

### EXEMPLE

$18 = 6 \times 3$  donc 18 est un **multiple** de 3 ( et aussi un multiple de 6)  
6 divise 18 et 3 divise 18. 6 et 3 sont des **diviseurs** de 18.

### REMARQUE

1 divise tous les nombres entiers et par conséquent, tous les nombres sont leurs propres multiples.  
Par exemple,  $12 = 12 \times 1$  donc 1 divise 12 et 12 est un multiple de ... 12.

## II. Critères de divisibilité

### PROPRIETE

Un nombre est divisible par 2 si : le chiffre des unités est 0,2,4,6 ou 8.

- Un nombre est divisible par 3 si : la somme des chiffres du nombre est divisible par 3
- Un nombre est divisible par 5 si : le chiffre des unités est 5 ou 0.
- Un nombre est divisible par 9 si : la somme des chiffres du nombre est divisible par 9
- Un nombre est divisible par 10 si : le chiffre des unités est 0.

### EXEMPLE

3345 est divisible par 5 (l'unité est 5)  
et par 3 ( $3+3+4+5=15$  et 15 est divisible par 3)



## III. Nombres premiers

### DEFINITION

Un nombre entier est **premier** s'il n'admet que deux diviseurs distincts, 1 et lui-même.

### EXEMPLE

Les nombres premiers sont : 2,3,5,7,11,13,17 .... 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur.

## IV. Diviseurs communs

#### DEFINITION

On dit qu'un nombre  $d$  est un **diviseur commun** à  $a$  et  $b$  si  $a$  et  $b$  sont divisibles par  $d$ .

#### EXEMPLE

2,3,5 sont des diviseurs communs à 60 et 90.

## V. Décomposition

#### PROPRIETE

On peut toujours décomposer un nombre non premier en produit de plusieurs facteurs premiers, cette décomposition est unique.

#### EXEMPLE

$$\begin{aligned} 324 &= 2 \times 162 \\ &= 2 \times 2 \times 81 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 27 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 9 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \\ &= 2^2 \times 3^4 \end{aligned}$$

#### REMARQUE

La décomposition permet de simplifier les fractions de manière maximale, on parle alors de fractions irréductibles.

#### EXEMPLE

$$\frac{135}{63} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 3 \times 7} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 5}{\cancel{3} \times \cancel{3} \times 7} = \frac{3 \times 5}{7} = \frac{15}{7}$$