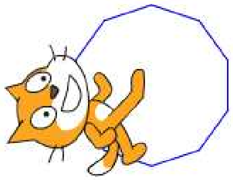
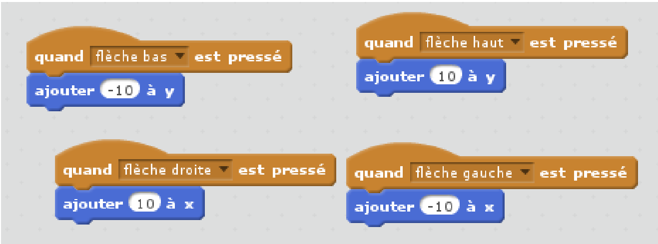
Livret de connaissances du cycle 4

(5eme)

Table des matières

Exemples de programme





Nombres et calculs

Les nombres décimaux (opérations)

I. Expressions avec parenthèses

Propriété : On effectue en premier les calculs contenus dans les parenthèses.

Exemple :

$A=3\times(5+(6-5))$ On observe une première paire de parenthèses qui contient une autre paire de parenthèses, on commence par cette dernière.

$A=3\times(5+(\boldsymbol{6-5}))$ J'effectue donc le calcul 6-5

$A=3\times(5+1)$ J'effectue ensuite le calcul 5+1 contenu entre parenthèses

$A=3\times6$

$A=18$

II. Expressions sans parenthèses

Propriété : Les multiplications et divisions sont prioritaires sur l'addition et la soustraction, ***on doit donc les effectuer en premier.***

Exemples :

$A=4+5\times2$	*La multiplication*	$B=10-6:3$	*La division*
$A=4+10$	*est prioritaire*	$B=10-2$	*est prioritaire*
$A=14$	*sur l'addition.*	$B=8$	*sur la soustraction*

Propriétés : - Si une expression ne contient que des additions et soustractions, ***on effectue les calculs de gauche à droite.***
- Si une expression ne contient que des multiplications et divisions, ***on effectue les calculs de gauche à droite.***

Exemples :

$A=10+5-7+2$	$B=10\times7:5$
$A=15-7+2$	$B=70:5$
$A=8+2$	$B=14$
$A=10$	

Propriétés spéciales :
Si une expression ne contient que des additions, on peut calculer dans l'ordre que l'on souhaite.
Si une expression ne contient que des multiplications, on peut calculer dans l'ordre que l'on souhaite.

Exemples :

$A=122+45+78$ C'est plus simple de commencer par

$A=200+45$ 122 et 78 et je peux les additionner

$A=245$ car il n'y a que des additions.

$B=8\times5\times2$ Je peux commencer par 5 et 2 et je peux les multiplier

$B=8\times10$ car il n'y a que des multiplications.

$B=80$

III. Vocabulaire

Définitions :
— Le résultat d'une **addition** est une **somme**, les nombres dans l'addition s'appellent des **termes**.
— Le résultat d'une **soustraction** est une **différence**, les nombres dans la soustraction s'appellent des **termes**.
— Le résultat d'une **multiplication** est un **produit**, les nombres dans la multiplication s'appellent des **facteurs**.
— Le résultat d'une **division** est un **quotient**.

Exemple : $A = 4+5\times6$ est une somme car la dernière opération effectuée est une addition.

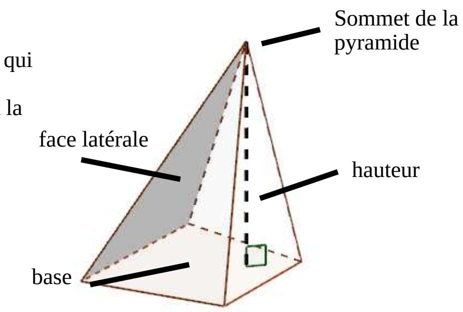
Algorithmie

Présentation de Scratch

III. La pyramide

Définition :

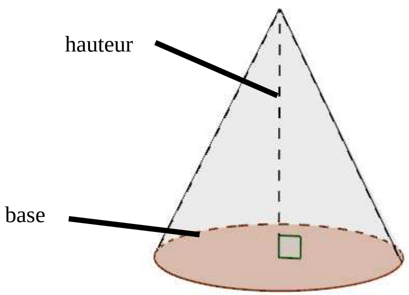
La **pyramide** est un solide qui a pour **base** un polygone et pour **faces latérales** des triangles qui ont un sommet en commun.
La distance entre le sommet de la pyramide et la base s'appelle la **hauteur**.



Définition :
Une **pyramide régulière** est une pyramide dont toutes les faces sont des triangles isocèles superposables.

IV.Le cône de révolution

Définition : Le cône de révolution est un solide obtenu en faisant tourner un triangle rectangle autour de l'un des côtés de l'angle droit.



Les Fractions et quotient (opérations et simplifications)

I. Définition-Vocabulaire

Définition : Soit deux nombres n et d $(d\neq 0)$. Le quotient de n par d est le nombre qui multiplié par d, donne n. On peut l'écrire en écriture fractionnaire : $\frac{n}{d}$. n est appelé le **numérateur** et d le **dénominateur**.

$\frac{n}{d}$ est en conséquence aussi le résultat de la division de n par d. $n\div d=\frac{n}{d}$

Exemple : Je multiplie le nombre 5 par $\frac{6}{5}$ pour obtenir 6 : $5\times\frac{6}{5}=6$.

Le quotient de 8 par 9 est $\frac{8}{9}$.

Vocabulaire : Une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont entiers.

II. Écritures fractionnaires égales

Propriétés : Un quotient ne change pas quand on multiplie (ou divise) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$\frac{a}{b}=\frac{a\times k}{b\times k}=\frac{a:d}{b:d}$

Exemple : $\frac{5}{7}=\frac{40}{56}$

$\frac{110}{30}=\frac{11}{3}$ *(on dit que la fraction* $\frac{110}{30}$ *a été simplifiée)*

Propriété : Un nombre a est divisible par un nombre b si et seulement si le reste de la division euclidienne de a par b est 0, ceci permet de démontrer des critères de divisibilité.
En conséquence a divise b si on a : $a=b\times k+0$ ou $a=b\times k$

Pour trouver par quoi on peut diviser le numérateur et dénominateur de la fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité : **voir chapitre divisibilité**

III. Comparaison de fractions

Pour comparer des fractions, on peut :

— Les réduire au même dénominateur et comparer les numérateurs (le sens de l'inégalité sera identique pour les fractions)

Exemple : Comparer $\frac{6}{4}$ et $\frac{14}{12}$:

$\frac{6}{4}=\frac{18}{12}$ on compare donc $\frac{18}{12}$ et $\frac{14}{12}$ or $18>14$

donc $\frac{18}{12}>\frac{14}{12}$ donc $\frac{6}{4}>\frac{14}{12}$

— Les réduire au même numérateur et comparer les dénominateurs (le sens de l'inégalité sera l'inverse de celui des fractions.

Exemple : Comparer $\frac{8}{12}$ et $\frac{16}{20}$:

$\frac{8}{12}=\frac{16}{24}$, on compare donc $\frac{16}{24}$ et $\frac{16}{20}$ or 24>20

donc $\frac{16}{24}<\frac{16}{20}$ donc $\frac{8}{12}<\frac{16}{20}$.

— On compare leurs écritures décimales.

Exemple : Comparer 5/2 et 7/4 :

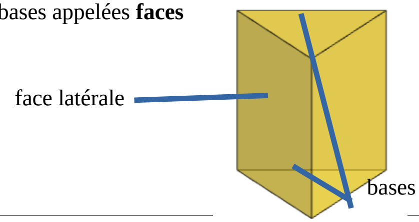
$\frac{5}{2}=5:2=2{,}5$ $\frac{7}{4}=7:4=1{,}75$ donc comme $2{,}5>1{,}75$ alors $\frac{5}{2}>\frac{7}{4}$.

— On les place sur un axe gradué.

Les solides

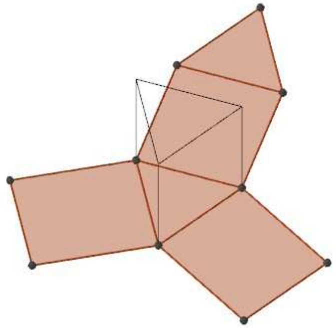
I Prisme droit

Définition : Un **prisme** droit est un solide qui a :
- 2 faces polygonales parallèles et superposables appelées **bases**
- des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases appelées **faces latérales**



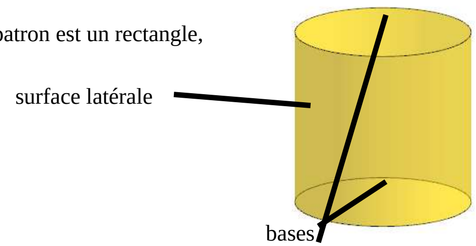
Remarque : Un pavé droit et un cube sont des **prismes particuliers**

Exemple de patrons d'un prisme droit



II.Cylindre de révolution

Définition : Un **cylindre droit** ou « **de révolution** »est un solide qui a :
- 2 disques superposables appelés **bases**
- Une surface entourant les bases, dont le patron est un rectangle, appelée **surface latérale.**



Conversion d'unité

I.Conversion des unités de longueurs

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
 0	**5** 0	6 4	**6** 3	8 4		

5, 668 **hm** = 56 **6,** 8 **m** **0,**0434 **km** = 434 **dm**

II.Conversion des unités d'aire

km²		hm²		dam²		m²		dm²		cm²		mm²	
			ha		**a**		**ca**						
		5	**8** **0**	4 0	5 0	0 4	**0** 3	2	**5**	8			

5**8** , 45 **hm²** = 5845**0**0 **m²** = 5**8**,45 **ha** **0,**0043258 **hm²** = 43 2**5** , 8 **dm²**

III.Conversion des unités de volumes

km³			hm³			dam³			m³			dm³			cm³			mm³		
											kL	**hL**	**daL**	**L**	**dL**	**cL**	**mL**			
				1	**2**	3	4	5 **0**	6 0	7 0	8 2	0 3	0 4	**0** 2	2	0	**0**			

1**2,**345678 **hm³** = 12345678000**dm³** **0,**0023422 **dam³** = 234220**0** **cm³**

= 12345678000 **L**

V. Valeur approchée d'un quotient.

Définition-Vocabulaire

A un rang donné :

- La **troncature** d'un nombre est sa valeur approchée par défaut.
- **L'arrondi** d'un nombre est, de sa valeur approchée par défaut ou par excès, celle qui est la plus proche.

Exemple :

Nous allons procéder aux encadrements de $\frac{23}{7}$ et $23:7 \approx 3{,}285714286$

Rang	Encadrement par les valeurs approchées par défaut et par excès	Troncature	Arrondi	Axe gradué
A l'unité	$3<\frac{23}{7}<4$	3	3	3,285... 2 3 4 5
Au dixième	$3{,}2<\frac{23}{7}<3{,}3$	3,2	3,3	3,285… 3,1 3,2 3,3 3,4
Au centième	$3{,}28<\frac{23}{7}<3{,}29$	3,28	3,29	3,2857... 3,27 3,28 3,29 3,3 quand le nombre est au « milieu », on choisit la valeur par excès.
Au millième	$3{,}285<\frac{23}{7}<3{,}286$	3,285	3,286	3,28571.. 3,284 3,285 3,286 3,287

VI. Opérations avec les écritures fractionnaires.

Addition/soustraction :

Pour additionner ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire, il faut :

- les réduire au même dénominateur (si ce n'est pas le cas)
- ajouter/soustraire les numérateurs et garder le dénominateur.

Exemples : $\frac{2}{3}+\frac{5}{3}=\frac{7}{3}$ $\frac{3}{6}+\frac{4}{18}=\frac{3\times\mathbf{3}}{6\times\mathbf{3}}+\frac{4}{18}=\frac{9}{18}+\frac{4}{18}=\frac{13}{18}$

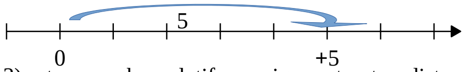
$\frac{3}{7}-\frac{2}{10}=\frac{3\times\mathbf{10}}{7\times\mathbf{10}}-\frac{2\times\mathbf{7}}{10\times\mathbf{7}}=\frac{30}{70}-\frac{14}{70}=\frac{16}{70}$

Les relatifs (opérations et repérage)

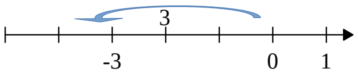
I.Définitions

Définition : Un nombre relatif est formé d'un signe + ou – d'un nombre appelé distance à zéro.

Exemples : (+5) est un nombre relatif, son signe est + et sa distance à zéro est 5.



(-3) est un nombre relatif, son signe est - et sa distance à zéro est 3.



Définitions : Un nombre comportant un signe – sont appelés les nombres **négatifs**
Un nombre comportant un signe + sont appelés les nombres **positifs**

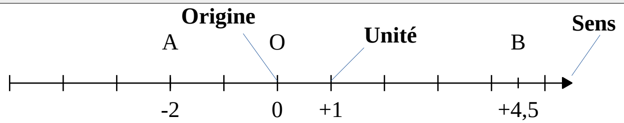
Remarque : 0 n'a pas de signe car il est à la fois positif et négatif.

II.Repérage sur un axe et comparaison

Définition : Une droite graduée est une droite qui contient un point nommé **Origine**, un autre appelé Unité et un sens.

Définition : Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif. On dit que ce nombre est l'abscisse de ce point.

Exemple :



L'abscisse de A est (-2), on le note A(-2). B a pour abscisse +4,5, on écrit donc B(+4,5).

Remarque : L'origine de la droite graduée a pour abscisse 0.

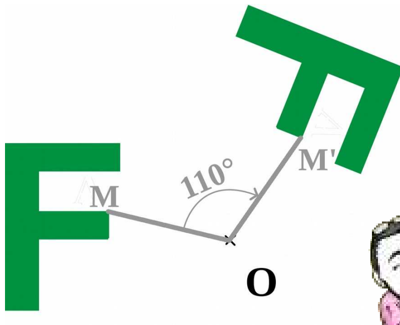
Propriété :
Entre deux nombres relatifs **celui qui est le plus grand est celui qui se trouve le plus à droite sur un axe gradué** en conséquence :
Entre **deux nombres négatifs**, celui qui est le plus grand a la plus **petite distance à zéro.**
Entre **deux nombres positifs**, celui qui est le plus grand a la plus **grande distance à zéro.**
Entre **un nombre positif et un négatif**, celui qui est le plus grand **est le nombre positif.**

Exemples : (+2)<(+12) (-10) <(+14) (-19)< (-12)

IV.Rotation

Transformer une figure par **rotation**, c'est créer l'image de cette figure par une rotation autour du centre suivant un angle donné.

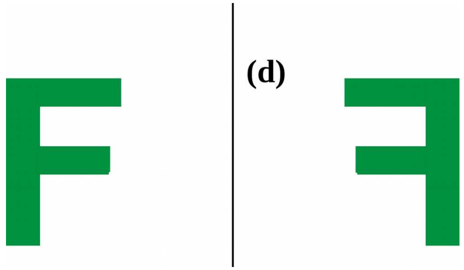
Exemple : Voici la rotation de la lettre F par rapport au point O suivant un angle de 110°.



Remarque : La rotation autour d'un centre O d'un angle de 180° correspond à une symétrie centrale de centre O.

Transformations : symétries, translation, rotation,

I.Symétrie axiale :

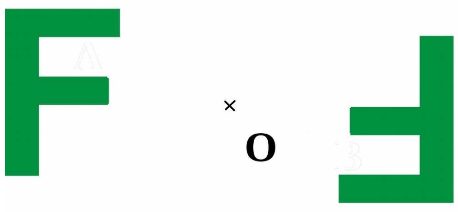


Transformer une figure par une **symétrie axiale**, c'est créer l'image de cette figure par pliage le long de l'axe.

Voir chapitre symétrie axiale

Exemple : Voici le symétrique de la lettre F par rapport à la droite (d)

II.Symétrie centrale :

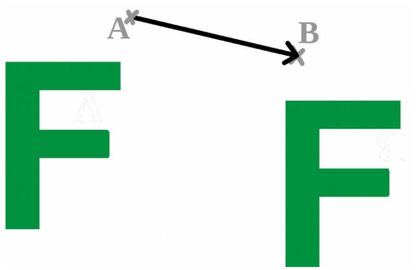


Transformer une figure par **symétrie centrale**, c'est créer l'image de cette figure par un demi-tour autour du centre.

Exemple : Voici le symétrique de la lettre F par rapport au point O.

Voir chapitre symétrie centrale

III.Translation



Transformer une figure par **translation**, c'est créer l'image de cette figure par rapport à un glissement d'un point à un autre point.

Exemple : Voici la translation de la lettre F par un glissement du point A vers le point B.

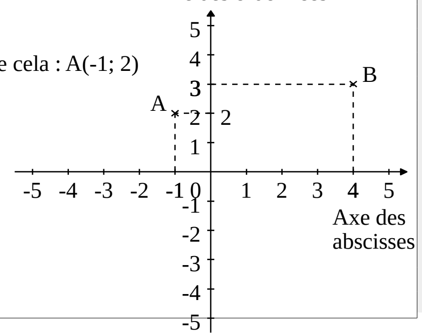
III. Repérage dans un plan.

Définition : Un **repère orthogonal** du plan est composé de deux droites graduées perpendiculaires et de même origine. L'une horizontale est appelée **axe des abscisses** et l'autre verticale est appelée **axe des ordonnées**.

Définition : Chaque point est repéré par deux nombres appelées **coordonnées** du point. Le premier nombre est **l'abscisse du point** et le second **l'ordonnée**.

Exemple :

Ici, A a pour abscisse -1 et ordonnées 2.
On dit que les **coordonnées** de A sont **(-1; 2)**. On note cela : A(-1; 2)
B a pour **abscisse 4** et **ordonnées 3**.
On dit que les coordonnées de B sont (4; 3).
On note cela : **B(4; 3)**



IV.Addition et soustraction de nombres relatifs.

Règle :

○ désignant un +
● désignant un -

1 jeton blanc et un jeton noir « donne » rien (=0)

A)Addition

Lorsque l'on ajoute deux quantités d'objets, suffit de compter l'ensemble des objets.
○○○○○○ + ○○○○○ = ○○○○○○○○○○○
En notation mathématique, on écrirait :
(+6) + (+5) = (+11)
« Il y a 6 jetons blancs, puis 5 jetons blancs donc il y a 11 jetons blancs en tout »

Sur le même principe :
●●●● + ●●●= ●●●●●●●
(-4) + (-3) = (-7)
« Il y a 4 jetons noirs, puis 3 jetons noirs donc il y a 7 jetons noirs en tout »

Enfin sachant qu'un jeton noir et blanc s'annule.
●●●●●● + ○○○ = ●●●●●● ○○○ = ●●●
(-6) + (+3) = (-3)

Exemples : (+7) + (-9) = -2 (il ne reste que 2 jetons noirs) (+2)+(-2)=0

Définition : Deux nombres sont opposés si leur somme vaut 0. (-2) et (+2) sont **opposés.**

B)Soustraction

Lorsque l'on soustrait une quantité d'objets à une autre, alors il suffit **d'enlever** la seconde quantité à la première.

○○○○○○○ - ○○ = ○○○○○○○ = ○○○○○
En notation mathématique, on écrirait :
(+7) - (+2) = (+5)
« Il y a 7 jetons blancs, j'enlève 2 jetons blancs donc il reste 5 jetons blancs »

Sur le même principe

●●●●●● - ●●●●= ●●
En notation mathématique, on écrirait :
(-6) - (-4) = (-2)
« Il y a 6 jetons noirs, j'enlève 4 jetons noirs donc il reste 2 jetons noirs »

Cas particulier où il faut se rappeler que ajouter un pion noir enlève un pion blanc (ils s'annulent), donc pour enlever 3 pions noirs, j'ajoute 3 pions blancs
○○○○○○ - ●●● =○○○○○○ + ○○○ ==○○○○○○○○○
En notation mathématique, on écrirait :
(+6) - (-3) = (+6) + (+3) = +9.

Règle à retenir : Soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Exemples : (-7) - (+4) = (-7) + (-4) = -11. (+12) -(-4)=(+12)+(+4) = +16

V.Convention d'écriture

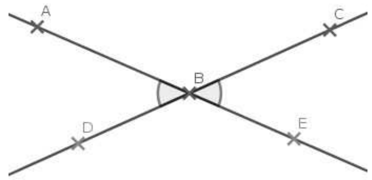
D'une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs, on peut supprimer les signes + des nombres positifs et utiliser le fait que soustraire un nombre revient à ajouter son opposé.

Exemple :
A = (+6) +(-7) - (+8)
A = (+6) -(+7) - (+8) je m'arrange pour n'avoir que des nombres positifs afin de supprimer leur signe positif +(-7) devient -(+7)
A = 6-7-8
Cette écriture sert à alléger l'expression.

III. Angles opposés par le sommet.

Deux angles sont dits « *opposés par le sommet* » lorsque :
- ils ont le même sommet
- Les côtés de l'un sont les prolongements des côtés de l'autre

Exemple :

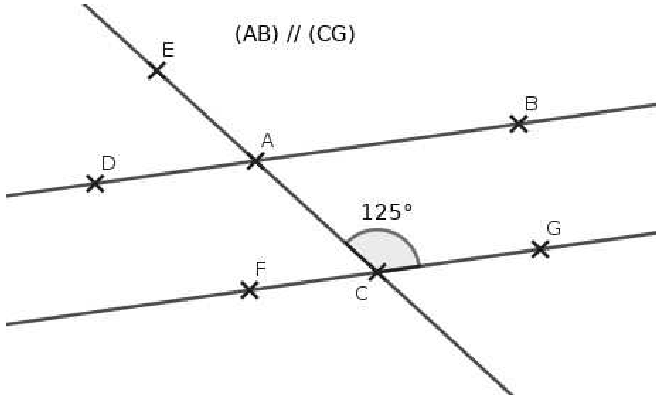


IV. Calculs d'angles

On peut calculer la mesure de l'angle $\widehat{EAD}$.

Les angles $\widehat{EAB}$ et $\widehat{ACG}$ sont correspondants. On sait aussi que (AB) et (CG) sont parallèles, donc
$\widehat{EAB} = \widehat{ACG}$ =125°.

$\widehat{EAD}$ = 180° - 125°=55°

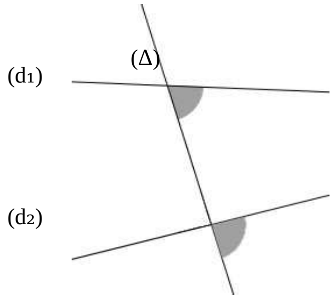


II. Angles correspondants

A) Définition

Définition : Soit deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (Δ).
Deux angles formés par ses 3 droites sont correspondants si et seulement si :
- Ils n'ont pas le même sommet.
- Ils sont du même côté de la droite
- Ils sont

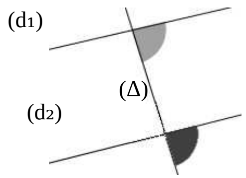
Exemple :
Les angles gris sont correspondants.



B.Propriétés.

Propriété : Si deux droites coupées par la sécante sont parallèles, alors les angles correspondants sont égaux.

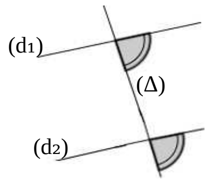
Exemple :
Les deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, donc les deux angles gris sont égaux.



Propriété : Si deux angles correspondants sont égaux alors les droites coupées par la sécante sont parallèles.

Exemple :

Les deux angles correspondants sont égaux, donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



Divisibilité : (fractions, division euclidienne, critères de divisibilité, nombres premiers, décomposition en facteurs premiers)

I. Définitions

Définitions : Dire que a est un **multiple** de b signifie qu'il existe un entier k tel que $a=b\times k$
On dira également que b **divise** a ou que b est un **diviseur** de a.

Exemples : $18=3\times 6$ dont 18 est un **multiple** de 3 (et aussi un multiple de 6)
6 divise 18 et 3 divise 18. 6 et 3 sont des **diviseurs** de 18.

Remarque : 1 divise tous les nombres entiers et par conséquent, tous les nombres sont leurs propres multiples. Par exemple $12=12\times 1$ donc 1 divise 12 et 12 est un multiple de … 12

II. Critères de divisibilité

Un nombre est divisible par 2 si : le chiffre des unités est 0,2,4,6 ou 8.
Un nombre est divisible par 3 si : la somme des chiffres du nombre est divisible par 3
Un nombre est divisible par 5 si : le chiffre des unités est 5 ou 0.
Un nombre est divisible par 9 si : la somme des chiffres du nombre est divisible par 9
Un nombre est divisible par 10 si : le chiffre des unités est 0.

Exemples : 3345 est divisible par 5 (l'unité est 5)
et par 3 (3+3+4+5=15 et 15 est divisible par 3)

III.Diviseurs communs

Définition : On dit qu'un nombre d est un **diviseur commun** à a et b si a et b sont divisibles par d.

Exemple : 2,3,5 sont des diviseurs communs à 60 et 90.

Calcul littéral

I. Expression littérale

Définition : Une **expression littérale** est une expression mathématique contenant une ou plusieurs **lettres** qui désignent des nombres.

Exemples :

Longueur d'un cercle : $\pi \times 2 \times r$ où r représente le rayon du cercle et π est un nombre constant qui vaut environ 3,14…

L'aire d'un carré est donné par $c \times c$ où c représente le côté du carré

Simplification d'une expression littérale : On peut simplifier les expressions en supprimant le signe $\times$ si et seulement s'il est suivi d'une lettre ou en utilisant les puissances.

Exemples : $x \times 6$ n'est pas simplifiable car le signe $\times$ est suivi de 6 mais on peut procéder comme cela : $x \times 6 = 6 \times x = 6x$

$\pi \times 2 \times r = 2 \times \pi \times r = 2\pi r$

$c \times c \times c = c^3$

II. Calculer la valeur d'une expression littérale et tester une égalité.

Définition : On calcule la valeur d'une expression littérale lorsque l'on attribue une valeur aux lettres contenues dans l'expression.
Si une même lettre est utilisée plusieurs fois, on lui attribue le même nombre à chaque fois.

Exemple : Calculer l'expression $A = 5 \times (6 - x) + 3x - 7y$ lorsque $x = 2$ et $y = 1$.

$A = 5 \times (6 - 2) + 3 \times 2 - 7 \times 1$ On n'oubliera pas de remettre le signe $\times$ à $3x$ et $7y$

$A = 5 \times 4 + 6 - 7$

$A = 20 + 6 - 7$

$A = 19$

Définition : Une égalité est constituée de deux expressions littérales appelées « membres » séparées par un signe « = »

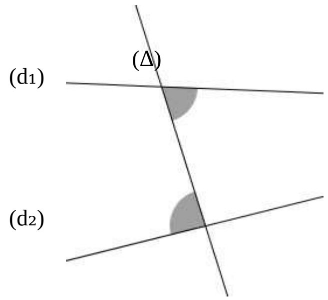
Parallélisme (angles alternes-internes, angles correspondants)

I. Angles alternes-internes.

A) Définition

Définition : Soit deux droites (d_1) et (d_2) coupées par une sécante (Δ).
Deux angles formés par ses 3 droites sont **alternes-internes** si et seulement si :
- Ils n'ont pas le même sommet.
- Ils sont de part et d'autre de la sécante (Δ)
- Ils sont à l'intérieur de la bande définie par (d_1) et (d_2)

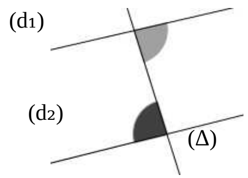
Exemple :
Les angles gris sont alternes-internes.



B.Propriétés.

Propriété : Si deux droites coupées par la sécante sont parallèles, alors les angles alternes-internes sont égaux.

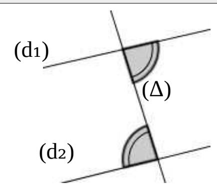
Exemple :
Les deux droites (d_1) et (d_2) sont parallèles, donc les deux angles gris sont égaux.



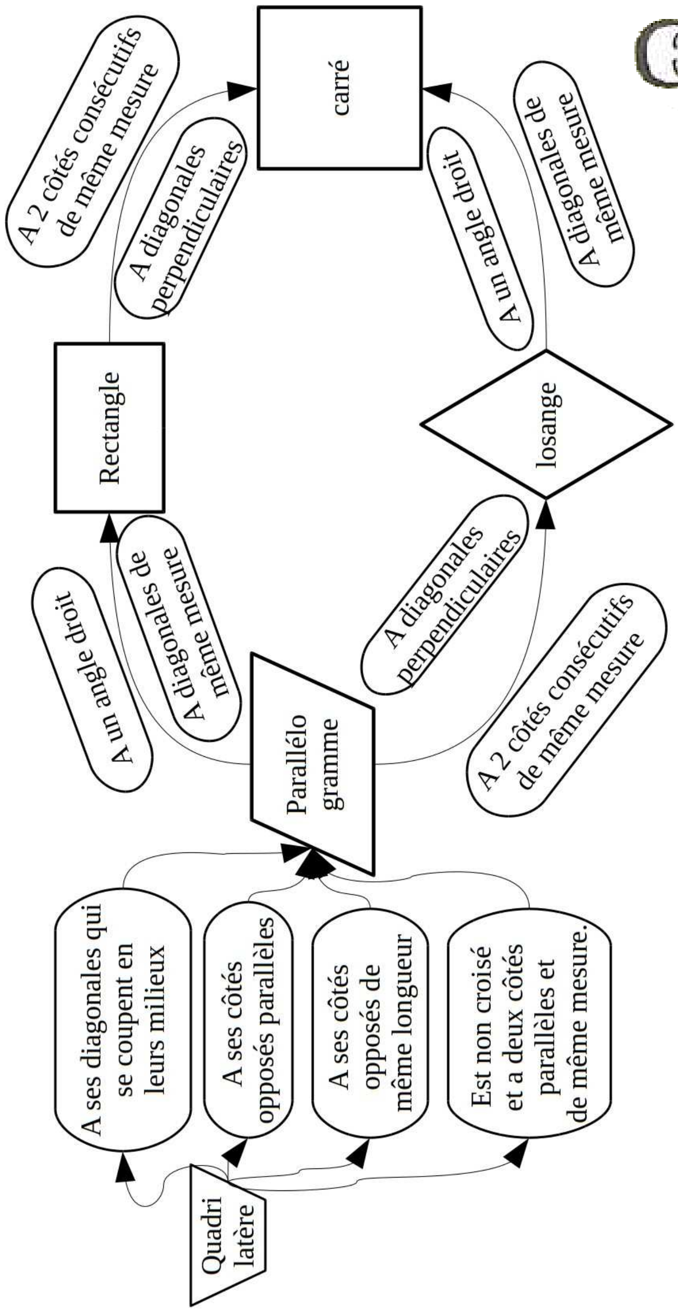
Propriété : Si deux angles alternes-internes sont égaux alors les droites coupées par la sécante sont parallèles.

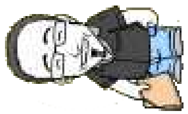
Exemple :

Les deux angles alternes-internes sont égaux, donc les droites (d_1) et (d_2) sont parallèles.



III. Du quadrilatère aux parallélogrammes puis aux parallélogrammes particuliers.





Propriété : On dit qu'une égalité est vraie (ou est vérifiée) si les deux expressions représentent le même nombre.

Exemples : $5\times2=4+6$ est vraie car $5\times2=10$ et $4+6=10$
$4\times6=24+3$ est fausse car $4\times6=24$ et $24+3=27$

Définitions : Deux expressions littérales sont égales si et seulement si elles sont égales quelles que soient les valeurs attribuées aux lettres.

Exemples : $4x+6+2x=2x\times3+2\times3$ est vraie car
$4x+6+2x=4x+2x+6=6x+6$
ajoute dans l'ordre que l'on veut
$2x\times3+2\times3=2\times x\times3+2\times3=2\times3\times x+2\times3=6\times x+6=6x+6$

$3x+6=2(x+5)$ est fausse car
si $x=1$ alors $3x+6=3\times1+6=9$
et $2(x+5)=2\times(1+5)=2\times6=12$

Organisation et gestion de données, fonctions

Statistiques : (vocabulaire, données sous forme de tableau, graphique, calculer effectifs, fréquence, diagramme circulaire, moyenne, médiane)

I. Vocabulaire et moyenne

Exemple :
On a pesé 12 téléphones portables et obtenu les poids suivants (en g) :
95 105 100 90 95 105 95 105 100 95 100 100
Ces données, c'est-à-dire les douze masses, constitue une **série statistique**
La **population** est l'ensemble des téléphones portables.
Le **caractère étudié** est la masse des téléphones portables.
Les **valeurs** du caractère sont les quatre masses obtenues : 90 95 100 105.
Les **valeurs extrêmes** sont la plus petite et la plus grande des masses relevées : 90 et 105.
L'effectif d'une valeur du caractère est le nombre de téléphones portables dont la masse est égale à cette valeur. Par exemple, l'effectif de la valeur 95 est 4.
L'effectif total de la série est le nombre total de masses relevées : 12.
La fréquence d'une valeur est le quotient de son **effectif** par **l'effectif total**.
Par exemple la fréquence de la valeur 105 est $\frac{3}{12}=0,25$ La fréquence peut être écrite en pourcentage, en écriture décimale ou en fraction.

On peut résumer cette série par un tableau d'effectifs et de fréquence

Valeurs	**90**	**95**	**100**	**105**	**Total**
Effectifs	1	4	4	3	12
Fréquences	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$	$\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$	$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0,25$	$\frac{12}{12}=1$

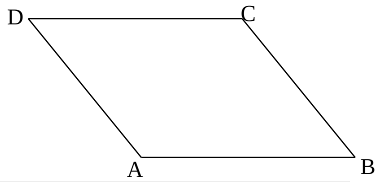
Définition : La moyenne de cette série s'obtient en multipliant tous les effectifs avec la valeur du caractère correspondant et en divisant le tout par l'effectif total.

$$M=\frac{90\times1+95\times4+100\times4+105\times3}{12}=98,75$$

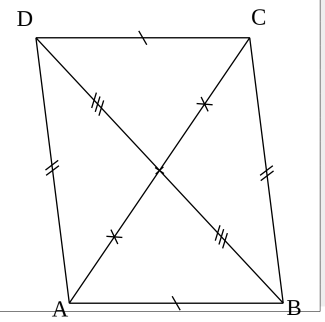
Propriété du parallélogramme

I. Définition-propriété

Définition : Un **parallélogramme** est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.

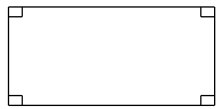
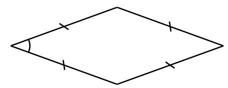
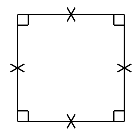


Propriétés : Si un quadrilatère est un parallélogramme alors :
- ses côtés opposés sont de même mesure
- il possède un centre de symétrie (croisement des diagonales).
- les diagonales se coupent en leur milieu.
- ses angles opposés sont de même mesure.
- la somme de deux angles consécutifs vaut 180°.



II. Parallélogrammes particuliers.

Le rectangle, losange et carré sont des parallélogrammes particuliers, ils ont donc les propriétés du parallélogramme.

Le rectangle	Le losange	Le carré
Un rectangle est un quadrilatère qui a 4 angles droits 	Le losange est un quadrilatère qui a 4 côtés de même mesure. 	Le carré est un quadrilatère qui a 4 côtés de même mesure et 4 angles droits. 
Propriété : Ses diagonales sont de même longueurs.	**Propriété** : Ses diagonales sont perpendiculaires.	**Propriété** : Ses diagonales sont perpendiculaires et de même longueur.

IV.Construction d’un triangle :

Voir vidéo exercice traité sur mathix
http://mathix.org/

On ne peut construire un triangle si et seulement si :
- on connaît les 3 côtés du triangle (construction au compas)
- un angle et deux côtés ou 2 angles et 1 côté. (construction au rapporteur)

III.Représentation graphique.
Exemple : Les élèves de 5eC font une étude statistique sur le nombre de sports qu’ils pratiquent.
À la question « Combien de sports pratiques-tu ? », voici les réponses des élèves :

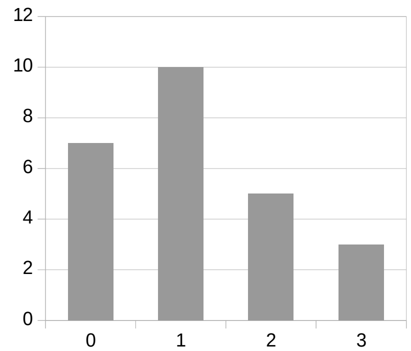
0;3;2;0;0;1;1;2;1;1;3;0;1;2;1 ;3;0;2;1;1;2;0;1;0;1.

En voici le tableau d’effectifs auquel on a ajouté les fréquences et les caractéristiques des représentations graphiques

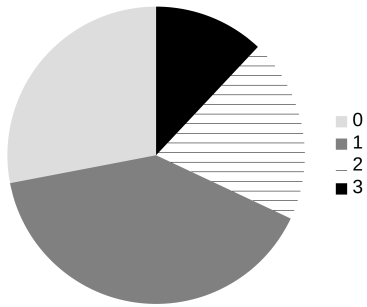
Nombre de sports pratiqués	0	1	2	3	Total
Effectif	7	10	5	3	25
Fréquence en pourcentage	$\frac{7}{25}=28\%$	40%	20%	12%	100%
Fréquence en nombre décimal	0,28	0,4	0,2	0,12	1
Angle du diagramme circ.	100,8	144	72	43,2	360
Longueur du diagramme à bande	2,8	4	2	1,2	10

×360
×10

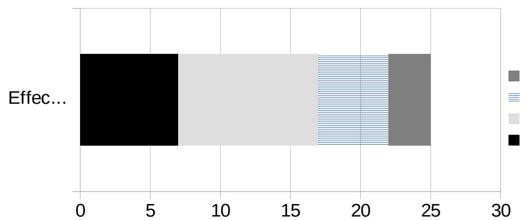
A)Diagramme en bâtons



B)Diagramme circulaire
L’angle de chaque partie est proportionnelle à la fréquence ou l’effectif de la valeur associée



C)Diagramme à bandes



Probabilité : (équiprobabilité, interprétation fréquentiste, calcul de probabilités simples, vocabulaire, notations)

I.Vocabulaire

1. Expérience aléatoire

Définition : Une expérience est dite « aléatoire » si elle vérifie deux conditions :
- Elle conduit à des résultats possibles qu'on est parfaitement capable de nommer
- On ne sait pas lequel de ces résultats va se produire quand on réalise l'expérience.

Exemples :
- *On lance une pièce de monnaie et on regarde sur quelle face elle tombe.*
Cette expérience est aléatoire car :
il y a deux résultats possibles : « PILE » « FACE »
quand on lance une pièce on ne sait pas sur quelle face elle va tomber.

- *On dispose d'un dipôle dont on connaît la résistance et dans lequel on fait passer un courant d'intensité connue. On mesure la tension aux bornes.*
Cette expérience n'est pas aléatoire car on est capable de calculer la tension aux bornes du dipôle par la loi d'Ohm.

2. Événement

Définition : A partir d'une expérience aléatoire on peut définir ce qu'on appelle des événements qui sont des ensembles de résultats.

Exemple :
Expérience : « Lancer un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6 »
- « Obtenir un nombre pair » est un événement car c'est l'ensemble des résultats suivants :
« obtenir 2 » ou « obtenir 4 » ou « obtenir 6 »

Remarque : Un résultat d'une expérience est aussi appelé **événement élémentaire.**

Définition : Si les résultats de l'expérience ont autant de chance d'être exécuté alors on dit qu'expérience est **équiprobable**.

II. Probabilité

1. Définition intuitive

Définition : Pour certaines expériences aléatoires on peut déterminer par un quotient la « *chance* » qu'un événement a de se produire. Ce quotient est appelé **probabilité** de l'événement.

Exemple : Si on tire au hasard une boule dans un sac contenant 8 boules dont 3 sont rouges et 5 sont vertes, la probabilité de tirer une boule rouge est de $\frac{3}{8}$ car on a 3 « chances » sur 8 de tirer une boule rouge.

Propriété du triangle (angle, inégalité triangulaire, hauteur médiatrice)

I.Somme des angles

Propriété : La somme des angles d'un triangle vaut 180°.

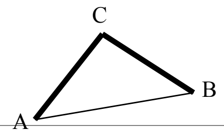
Conséquence :
- Les angles d'un triangle équilatéral mesurent 60°.
- Les angles de la base d'un triangle isocèle ont la même mesure.
- La somme des angles aigus d'un triangle rectangle vaut 90°

II. Inégalité triangulaire.

« *Le plus court chemin entre deux points est la ligne droite, donc tout autre chemin qui passe par un 3e point est plus long.* »

Propriété : Dans tout triangle ABC, on a l'inégalité :

$AB \leqslant \mathbf{AC+CB}$



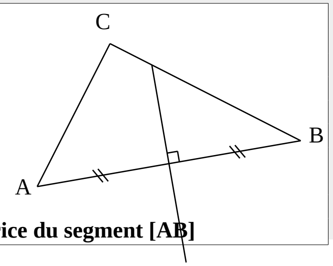
Propriétés : Si un point C est sur le segment [AB] alors AB = AC+BC « *cas d'égalité* »
Si 3 points sont tels que AB= AC+BC alors on peut affirmer que C appartient à [AB].

III. Droites remarquables

Médiatrice

Définition : **La médiatrice d'un côté d'un triangle** est la droite qui passe perpendiculairement par le milieu de ce côté.

Exemple :



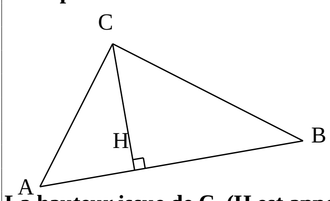
La médiatrice du segment [AB]

Propriété : Si un point I se trouve sur la médiatrice de [AB] alors AI=IB
Si I est un point tel que AI=IB alors I est sur la médiatrice de [AB]

Hauteur

Définition : **La hauteur d'un triangle** est la droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemple :



La hauteur issue de C. (H est appelé pied de la hauteur)

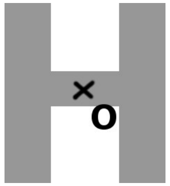
Propriété : La symétrie centrale conserve les angles, les mesures et les natures des figures.

Propriété : Le symétrique d'un segment (droite) est un segment (droite) qui lui est parallèle.

Définition : Un point O est un centre de symétrie d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à ce point est elle-même.

Exemple :

Voici le centre de symétrie de la figure.



2. Calculer une probabilité

Propriété :
Quand les résultats d'une expérience aléatoire ont tous la même probabilité alors la probabilité d'un événement est égale au quotient : $\dfrac{\textbf{\textit{nombre de résultats favorables}}}{\textbf{\textit{nombre de résultats possibles}}}$

Exemple :
Expérience : « *On lance un dé à 6 faces numérotées de 1 à 6. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre inférieur à 5* ?

Les résultats « *obtenir 1* » ou « *obtenir 2* » ou « *obtenir 3* » « *obtenir 4* » ou « *obtenir 5* » ou « *obtenir 6* » ont la même probabilité.
Les résultats favorables à l'événement « *obtenir un nombre inférieur à 5* » sont :
« *obtenir 1* » ou « *obtenir 2* » ou « *obtenir 3* » « *obtenir 4* ».
Donc le nombre de résultats favorables est 4.
La probabilité est donc de $\dfrac{4}{6}$. (on dit aussi naturellement j'ai 4 chances sur 6 d'avoir un nombre inférieur à 5)

Proportionnalité : (reconnaître une situation de proportionnalité, calcul de la quatrième proportionnelle par retour à l'unité et coefficient de proportionnalité, représentation graphique, tableau, pourcentage)

I. Définition

Définition : **Un tableau est de proportionnalité** si pour passer de la première ligne à la seconde ligne, on multiplie toujours par le même nombre, ce nombre est alors appelé **coefficient de proportionnalité**.
On dira que les deux grandeurs, correspondant à chaque ligne, sont proportionnelles.

Exemple : À une station-essence, le sans-plomb 98 est vendu à 1,34€ le litre. La quantité d'essence et le prix sont donc proportionnels.
On a donc un tableau de proportionnalité :

Quantité d'essence (L)	1	17	20,5	30
Prix (€)	1,34	22,78	27,47	40,2

Coefficient de proportionnalité

$\times 1{,}34$

II. Compléter un tableau de proportionnalité.

Exemple pour expliquer les méthodes.

Voici un tableau de proportionnalité à remplir.

Temps (*h*)	4	6	10
Distance parcourue(*km*)	10		

1) Par passage à l'unité.

En 4 heures, nous parcourons 10 km.

En 1 heure, nous parcourrons donc 4 fois moins de distance à savoir $10:4=2{,}5\,km$

En 6 heures, nous parcourrons donc 6 fois plus de temps qu'en 1 heure à savoir $2{,}5\times 6=15\,km$

En résumé :

:4 ×6

Temps (*h*)	4	1	6	10
Distance parcourue (*km*)	10	2,5	15	

2) Avec le coefficient de proportionnalité

On cherche par quel nombre on multiplie 4 pour obtenir 10. $4\times\ldots=10$ C'est le nombre $\frac{10}{4}=2{,}5$

$6\times 2{,}5=15$

Temps (*h*)	4	6
Distance parcourue(*km*)	10	15

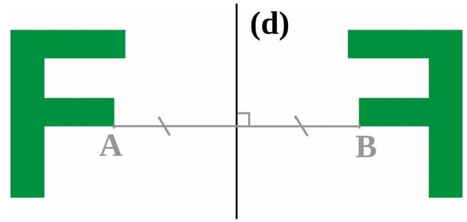
$\times 2{,}5$

Symétrie axiale et centrale (médiatrice)

I.Symétrie axiale

Définition : Deux figures sont **symétriques par rapport à une droite (d)**, signifie que **les figures se superposent par pliage le long de la droite (d).**
La droite (d) est appelée **axe de symétrie.**

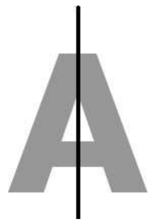
Propriété/Définition :
Deux points A et B sont symétriques par rapport à une droite (d), si la droite (d) est la **médiatrice du segment [AB].**



Définition : Une droite (d) est un axe de symétrie d'une figure si le symétrique de la figure par rapport à la droite (d) est elle-même.

Exemple :

Voici l'axe de symétrie de la figure.

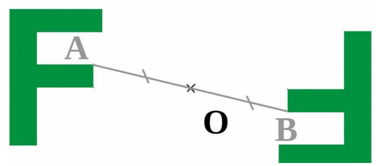


Propriété : La symétrie axiale conserve les angles, les mesures et les natures des figures.

II. Symétrie centrale.

Définition : Deux figures sont **symétriques par rapport à un point O** signifie que **les figures se superposent par un demi-tour autour de ce point.**
Le point O est appelée **centre de symétrie.**

Propriété/Définition :
Deux points A et B sont symétriques par rapport au point O, si le point O est le **milieu du segment [AB].**



Espace et géométrie

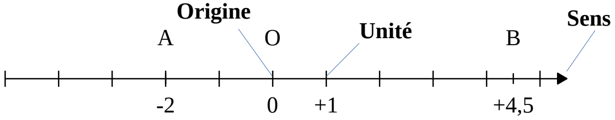
Repérage

I.Repérage sur un axe

Définition : Une droite graduée est une droite qui contient un point nommé **Origine**, un autre appelé Unité et un sens.

Définition : Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif. On dit que ce nombre est l'abscisse de ce point.

Exemple :



L'abscisse de A est (-2), on le note A(-2). B a pour abscisse +4,5, on écrit donc B(+4,5).

Remarque : L'origine de la droite graduée a pour abscisse 0.

Voir vidéo exercice traité
Sur mathix
http://mathix.org/

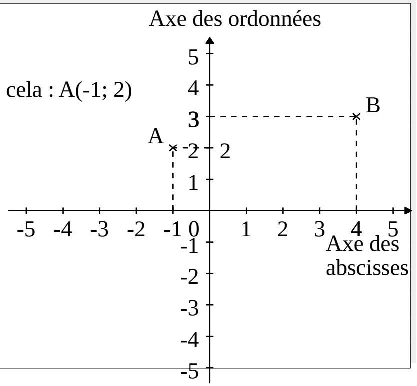
II. Repérage dans un plan.

Définition : Un **repère orthogonal** du plan est composé de deux droites graduées perpendiculaires et de même origine. L'une horizontale est appelée **axe des abscisses** et l'autre verticale est appelée **axe des ordonnées**.

Définition : Chaque point est repéré par deux nombres appelées **coordonnées** du point. Le premier nombre est **l'abscisse du point** et le second **l'ordonnée**.

Exemple :

Ici, A a pour **abscisse** -1 et **ordonnée** 2.
On dit que les **coordonnées** de A sont **(-1; 2)**. On note cela : A(-1; 2)
B a pour **abscisse 4** et **ordonnée 3**.
On dit que les **coordonnées** de B sont **(4; 3).**
On note cela : **B(4; 3)**



3) En utilisant les propriétés du tableau de proportionnalité :

À savoir : - multiplier/diviser une colonne par un nombre
- ajouter/soustraire des colonnes entre elles.

+

×1,5

Temps (h)	4	6	10
Distance parcourue(km)	10	*15*	*25*

×1,5

IV. Sur un plan.

Définition : Sur un plan, les **longueurs** sont **proportionnelles** aux **longueurs réelles**. Le coefficient permettant de passer des longueurs réelles aux longueurs du plan (dans la même unité de mesure) s'appelle **l'échelle du plan**.

Exemple : Ici la carte ci-contre est à **l'échelle 1/5000** (ou $\frac{1}{5000}$).

Cela signifie que les longueurs réelles sont 5 000 fois plus grandes que sur le plan.

En effet,1 cm sur le plan équivaut à 5000 cm dans la réalité, soit 50m.

V. Notion de ratio

Définition : On dit que deux nombres **a** et **b** sont dans **le ratio 2 : 3** si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}$.

On dit que trois nombres a,b et c sont dans le ratio 2:3:4 si $\frac{a}{2}=\frac{b}{3}=\frac{c}{4}$.

Remarque : Si deux nombres a et **b** sont dans **le ratio 2 : 3** alors on a aussi $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$.

VI. Les pourcentages

Définition : Un pourcentage de t % traduit une proportion de $\frac{t}{100}$. Appliquer un taux de t% à une quantité revient à calculer $\frac{t}{100}$ de cette quantité.

Exemple : Dans une classe de 30 élèves, 20 % ont pris l'option Latin.
Je vais donc calculer $\frac{20}{100}$ de 30 : $\frac{20}{100}\times30=0{,}2\times30=6$. **6 élèves ont pris Latin.**

Définition : Déterminer un pourcentage revient à donner la proportion **dont le dénominateur est 100.**

Exemple : Un manteau coûtait 146€ et a augmenté de 29,2 €. Quel est le pourcentage d'augmentation?

La proportion de l'augmentation est de $\frac{29{,}2}{146}$. Or $\frac{29{,}2}{146}=0{,}2=\frac{20}{100}=20\,\%$

Le manteau a augmenté de 20%.

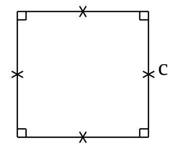
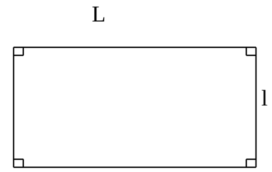
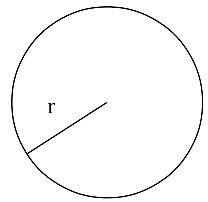
On peut aussi utiliser un tableau de proportionnalité :

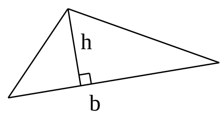
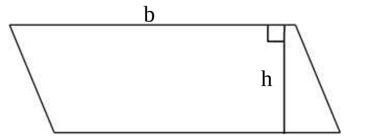
Augmentation (€)	29,2	20
Prix (€)	146	100

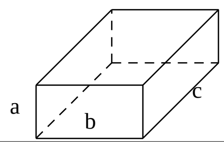
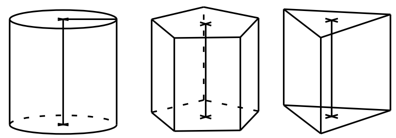
×5

Grandeurs et mesures

Calcul de périmètre, d'aire, de volume

		
Périmètre d'un carré $4\times c$	Périmètre d'un rectangle $L+l+L+l=2\times L+2\times l$	Longueur du cercle $\pi\times2\times r$ ou $\pi\times D$
Aire d'un carré c^2	Aire d'un rectangle $L\times l$	Aire d'un disque $\pi\times r^2$

	
Aire d'un triangle $\frac{b\times h}{2}$	Aire d'un parallélogramme $b\times h$

	
Volume d'un pavé droit $a\times b\times c$	Volume d'un prisme droit : $\text{Aire}_{base}\times h$ Volume d'un cylindre : $\pi\times r\times r\times h$